Exercice 1 :

Le ou exclusif (oux) est défini ci-contre.

a	b	a *oux* b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Déterminer une expression qui exprime le *oux*.

Exercice 2 :

Montrer que a ou $b = non(non(a)\ et\ non(b))$.

Les trois opérations *ou*, *et* et *non* sont elles toujours indispensables ?

Exercice 3 :

La fonction de Sheffer exprime l'incompatibilité de deux valeurs booléennes. Elle est définie par la table ci-contre.

Montrer que S(a, b) = non(a et b).

Montrer, réciproquement, que non(a) = S(a,a) et a ou b = S(S(a,a),S(b,b)).

En déduire que toutes les fonctions booléennes peuvent s'exprimer avec la fonction de Sheffer uniquement.

a	b	S(a,b)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Solution:

a	*b*	*aetb*	*non(a et b)*
0	*0*	*0*	*1*
0	*1*	*0*	*1*
1	*0*	*0*	*1*
1	*1*	*1*	*0*

Ce qui prouve S(a, b) = non(a et b).

a	*S(a, a)*
0	*1*
1	*0*

a	*b*	*S(a,a)*	*S(b, b)*	*S(S(a, a), S(b, b))*
0	*0*	*1*	*1*	*0*
0	*1*	*1*	*0*	*1*
1	*0*	*0*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*	*1*

On retrouve bien S(S(a, a), S(b, b)) = a ou b.

Avec cette expression, on a le ***non*** *et le* ***ou****, on a vu que ça suffit à exprimer toutes les expressions*

Exercice 4 :

Quand deux interrupteurs sont en parallèle, la lumière s'allume quand l'un d'eux est fermé. Quand ils sont en série, la lumière s'allume quand les deux sont fermés. Quand ils sont en va-et-vient la lumière s'allume quand les deux sont fermés ou les deux sont ouverts. Donner la table de la fonction booléenne dans ces trois cas et exprimer ces trois fonctions booléennes avec les fonctions non et ou.

Solution:

On appelle I_1 et I_2 les interrupteurs.

0 *indique que l'interrupteur est fermé,* 1 *qu'il est ouvert.*

Pour le résultat, on appelle 0 *lorsqu'il n'y a pas de lumière et* 1 *lorsqu'il y a de la lumière.*

P représente parallèle, S série et V va-et-vient.

I_1	I_2	*P(a,b)*
0	*0*	*1*
0	*1*	*1*
1	*0*	*1*
1	*1*	*0*

On reconnaît la fonction de Sheffer, on a donc $P(a, b) = non(a\ et\ b)$

I_1	I_2	*S(a,b)*
0	*0*	*1*
0	*1*	*0*
1	*0*	*0*
1	*1*	*0*

On reconnaît l'inverse de a et b donc S(a et b) = non(a et b).

I_1	I_2	*V(a,b)*
0	*0*	*1*
0	*1*	*0*
1	*0*	*0*
1	*1*	*1*

On reconnaît l'inverse du oux donc V(a,b) = non((a et non(b)) ou (b et non(a))) = (non(a) ou b) et (non(b) ou a).

Exercice 5 :

Med est content si Bob et Jon sont tous les deux là, mais sans Rut, ou si Rut est là soit avec Bob, soit avec Jon. Construire une table avec en entrée la présence de Rut, Bob et Jon et en sortie le booléen qui vaut 1 si Med est content. Exprimer le choix de Med par une phrase plus simple.

Solution:

Rut	*Bob*	*Jon*	*Med*
0	*0*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*0*
0	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*
1	*0*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*1*
1	*1*	*1*	*0*

Med est content si exactement 2 amis sont avec lui.