

Durée 30 minutes.  
Les exercices sont indépendants

**Exercice 1 :**

Soit  $N$  un entier naturel non nul. On dispose d'un sac contenant  $N$  jetons. On se donne la fonction suivante :

```
def simule(n, N):
    urne = [i for i in range(1, N+1)]
    tirees = []
    for i in range(n):
        index = random.randint(0, N-1)
        b = urne[index]
        if b not in tirees:
            tirees.append(b)
    Qn = len(tirees)
    return Qn
```

Décrire une expérience à partir de ce sac simulée par cette fonction. Que représente la variable aléatoire  $Q_n$

**Exercice 2 :**

Soient  $n$  et  $A$  deux entiers naturels non nuls avec  $n \leq A$  et  $p$  un réel compris entre 0 et 1 tel que  $pA$  soit un entier. Une urne contient  $A$  boules indiscernables au toucher :  $pA$  sont numérotées 1, les autres sont numérotées 0. On effectue au hasard  $n$  tirages successifs sans remise d'une boule dans cette urne. On note  $X$  le nombre de boules numérotées 1.

- (1) Proposer une fonction **urne** écrite en langage Python permettant de simuler une urne telle que celle décrite-ci dessus. Cette fonction prendra comme arguments  $A$  et  $p$  et retournera une liste composée de  $A(1-p)$  0 suivi de  $pA$  1.
- (2) Proposer une fonction **hypergeometrique** permettant de simuler une expérience. Cette fonction prendra comme arguments  $n$ ,  $A$  et  $p$  et renverra le nombre de boules numérotées 1.

*Indication* : la fonction Python **list.pop(i)** supprime le terme d'indice  $i$  de la liste et le renvoie.

```
>>> L
[-1, 1, 66.25, 333, 333, 1234.5]
>>> elem = L.pop(2)
>>> L
[-1, 1, 333, 333, 1234.5]
>>> elem
66.25
```

- (3) Proposer une fonction **esperance** permettant de conjecturer l'espérance de cette loi. Cette fonction prendra comme arguments  $N$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $A$  où  $N$  est le nombre d'expériences et les autres arguments sont les paramètres d'une expérience.
- (4) Proposer une fonction **loi empirique** qui prend en entrées  $N$ ,  $n$ ,  $p$  et  $A$  et renvoie une liste  $X$  de taille  $n$ , avec  $X[i]$  la fréquence des événements  $\{X = i\}$  au cours des  $N$  expériences simulées.