Durée : 2 heures
Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation.
Les candidats garderont le sujet et rendront la feuille annexe avec leur copie.
L'utilisation d'une calculatrice programmable et graphique est autorisée.

Exercice 1 (4 points)

Dans un repère du plan, on donne les points A (5 ; 4) et B (13 ; 6).
On fera la figure sur la feuille annexe.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2) Soit $\mathscr{D}$ la droite d'équation $-3x + 2y + 7 = 0$.
   a) Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite $\mathscr{D}$.
   b) Vérifier que le point A appartient à la droite $\mathscr{D}$.
   c) Construire la droite $\mathscr{D}$.
3) On donne les points C (7 ; 7) et F (21 ; 13). Déterminer les réels a et b tels que $\overrightarrow{AF} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$.

Exercice 2 (6 points)

1) On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1, \\ \text{pour tout nombre entier naturel } n,\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n - 1. \end{cases}$
   a) Calculer u_1 et u_2.
   b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier vos réponses.
2) On considère l'algorithme ci-dessous.

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  SAISIR n
  u PREND_LA_VALEUR 1
  POUR i ALLANT_DE 1 A n
    DEBUT_POUR
    u PREND_LA_VALEUR u/2-1
    AFFICHER u
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

   a) Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant lorsque l'utilisateur rentre $n = 4$.

Valeur de i		1	....	
Valeur de u	1	$-\frac{1}{2}$	....	

   b) En déduire l'affichage de l'algorithme une fois exécuté lorsque $n = 4$.
   c) Modifier l'algorithme (on se contentera de ne modifier que les lignes concernées) afin qu'il affiche seulement u_n
3) On pose pour tout nombre entier naturel n, $v_n = u_n + 2$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.
   b) Donner l'expression de v_n, puis celle de u_n en fonction de n.

Exercice 3 (10 points)

Les trois premières parties de l'exercice sont indépendantes entre elles.

Partie A :

Soit (E) l'équation : $2x^3 - x^2 - 1 = 0$.

1) Vérifier que 1 est solution de l'équation (E).
2) Vérifier que pour tout réel x, $2x^3 - x^2 - 1 = (x-1)(2x^2 + x + 1)$.
3) Résoudre l'équation (E).

Partie B :

On considère une fonction f définie sur $[-3\ ;\ 4]$ dont la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère est tracée en annexe.
On considère les points $\mathrm{A}\,(3\ ;\ -1)$ et $\mathrm{B}\,(-3\ ;\ 5)$.
T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A, elle passe par $\mathrm{D}\,(1,5\ ;\ 5)$.
À l'aide de la précision permise par la figure, répondre aux questions suivantes en justifiant, soit de façon rédigée, soit par des compléments sur la figure donnée en annexe.

1) Résoudre $f(x) = -1$.
2) Combien l'équation $f'(x) = 0$ a-t-elle de solutions ?
   Donner une valeur approchée de chaque solution.
3) Déterminer $f'(3)$.
4) Sachant que $f'(-3) = -7$, déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ en -3.
   Tracer cette tangente sur l'annexe.
5) Compléter le tableau de signes de $f'(x)$ et de variations f donnée en annexe.

Partie C :

Soit g la fonction définie par $\forall\ x \in [-3\ ;\ 4]\,,\ g(x) = -x^3 + x^2 + 5x - 1$.

1) Calculer la fonction dérivée de g.
2) Étudier le signe de $g'(x)$ sur $[-3\ ;\ 4]$. En déduire les variations de g sur $[-3\ ;\ 4]$.
3) La fonction f étudiée dans la partie B vérifie la relation : $\forall\ x \in [-3\ ;\ 4]\,, f(x) = \dfrac{1}{4}g(x)$.
   Donner le tableau de variations de f. Vos résultats semblent-ils cohérents ?

Partie D :

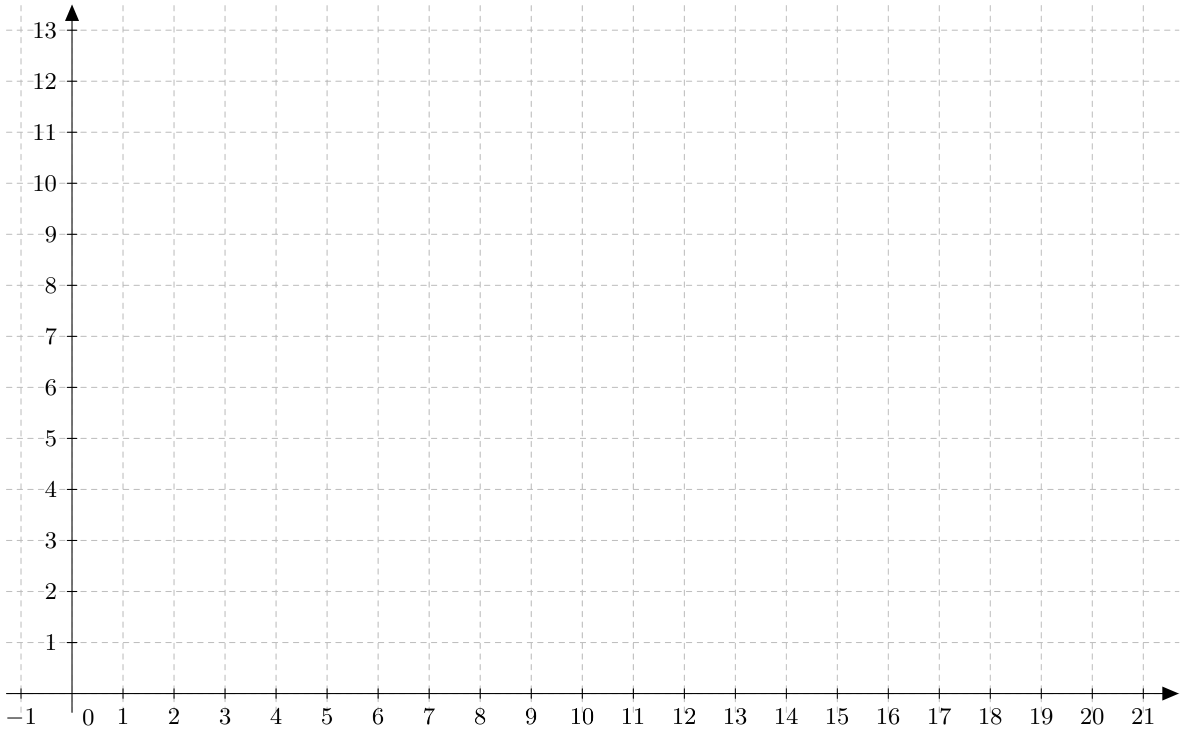
On se propose de déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ ayant une tangente passant par l'origine O du repère.

1) Soit T_a la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a.
   a) Rappeler l'équation réduite de la tangente T_a.
   b) Vérifier que $\mathrm{O} \in \mathrm{T}_a \Leftrightarrow -af'(a) + f(a) = 0$.
   c) En déduire que $\mathrm{O} \in \mathrm{T}_a \Leftrightarrow a$ est solution de $2x^3 - x^2 - 1 = 0$.
2) En déduire la (ou les) abscisse(s) des points de $\mathscr{C}$ qui ont une tangente passant par l'origine.

NOM : **Classe :**

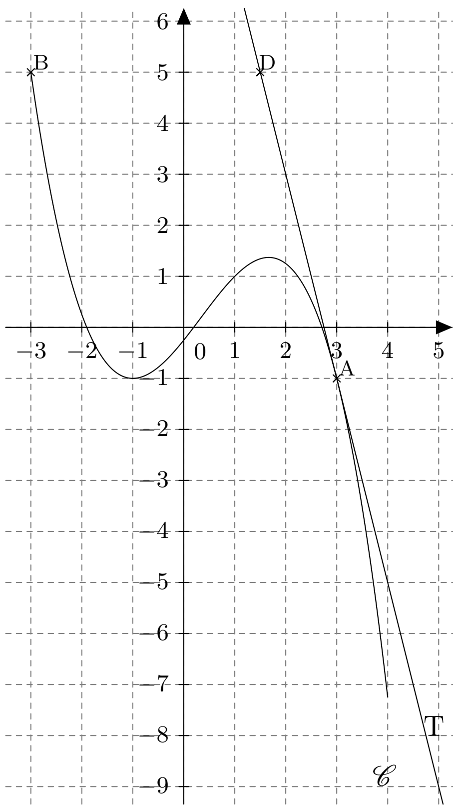
Feuille annexe à remettre avec la copie

Exercice 1 :



Exercice 3 :

Partie B : question 6)



x	-3	4
$f'(x)$		
f		