1ère S 12 DST 1 30 septembre 2013

Durée 1 heure.
Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (6 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(1) $x^2 + x = 0$

(2) $x^2 + 1 = 0$

(3) $x^4 + 2x^2 - 24 = 0$

(4) $x^2 - x - 6 > 0$

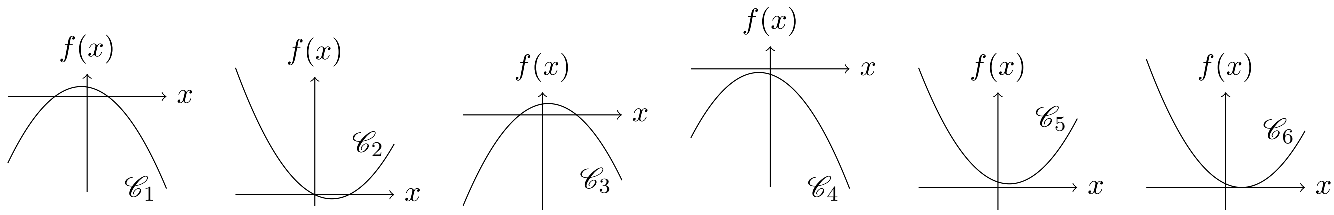
(5) $x^2 - x - 1 < 0$

(6) $\frac{x^2-4x}{(x+2)^2} \geqslant 0$

Exercice 2 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère mais les graduations ont été malencontreusement effacées.
Associer chaque polynôme ci-dessous à sa courbe représentative. Argumenter les choix.

$$P_1(x) = -x^2 + x + 6 \quad P_2(x) = -x^2 - x + 6 \quad P_3(x) = x^2 - 2\sqrt{2}x + 2$$
$$P_4(x) = x^2 - 3x + \frac{8}{9} \quad P_5(x) = x^2 - 2x + 3 \quad P_6(x) = -x^2 - 2x - 3$$



Exercice 3 : (5 points)

Dans une usine, on fabrique des appareils ménagers.
Le coût total de fabrication de x appareils est donné par :

$$C(x) = 0{,}02x^2 + 8x + 500, \text{ pour } x \in [0; 600].$$

Le coût $C(x)$ est exprimé en euros.

(1) Déterminer la quantité à partir de laquelle le coût total est supérieur à 4700€.

(2) On appelle p le prix de vente (en euros) d'un appareil. Dans cette question, $p = 17{,}5$.

a. Exprimer le bénéfice $B(x)$ en fonction de x et vérifier que :

$$B(x) = -0{,}02x^2 + 9{,}5x - 500.$$

b. Déterminer algébriquement le nombre d'appareils à fabriquer pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

(3) Dans cette question, on ne connaît pas la valeur de p, mais on sait que l'entreprise réalise un bénéfice maximal lorsqu'elle fabrique 300 appareils. Calculer p.

Exercice 4 : (5 points)

Soit la propriété suivante

Soit u une fonction à valeurs positives sur un intervalle I.

— *Si u est strictement croissante sur I, la fonction $\sqrt{u}$ est aussi strictement croissante sur I.*

— *Si u est strictement décroissante sur I, la fonction $\sqrt{u}$ est aussi strictement décroissante sur I.*

(1) Déduire de cette propriété le tableau de variations de la fonction $x \mapsto \sqrt{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$

On souhaite maintenant démontrer cette propriété.

(2) Rappeler le sens de variation de la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$. Démontrer cette propriété.

(3) En déduire une démonstration de l'énoncé de ci-dessus.