Durée 1 heure. Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (6 points)

On donne la fonction f définie sur l'intervalle I par l'expression $f(x)$. On admettra que f est dérivable sur I. Déterminer l'expression $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

(1) $f(x) = x^3$, $I = \mathbb{R}$

(2) $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 5$, $I = \mathbb{R}$

(3) $f(x) = \sqrt{x}(x-1)$, $I =]0;+\infty[$

(4) $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}(x-1)$, $I =]0;+\infty[$

(5) $f(x) = \dfrac{5}{4x^2+5}$, $I = \mathbb{R}$

(6) $f(x) = \dfrac{4x^2+5}{5}$, $I = \mathbb{R}$

Exercice 2 : (6 points)

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un un intervalle I.

(1) a. Rappeler la formule donnant $(u \times v)'$.

b. Démontrer cette formule.

(2) a. En déduire une formule pour $(u^2)'$ (on utilisera $u^2 = u \times u$) et pour $(u^3)'$ (on utilisera $u^3 = u^2 \times u$).

b. Dériver $x \mapsto (2x+3)^2$ et $x \mapsto (2x+3)^3$ à partir de cette formule.

(3) Conjecturer une formule (que l'on ne démontrera pas) donnant $(u^n)'$.

Exercice 3 : (8 points)

Dans cet exercice, on se propose d'étudier une fonction f définie sur $[0;7]$ en ne connaissant que la représentation graphique $\mathscr{C}_g$ (donnée en annexe) de sa fonction inverse g sur $[0;7]$. On a :

$$f = \frac{1}{g}.$$

On a tracé la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point A d'abscisse 3. Cette droite passe par le point de coordonnées $B(4;2)$.

(1) Déterminer $g(1)$ puis en déduire $f(1)$.

(2) Expliquer pourquoi la fonction f est bien définie sur $[0;7]$.

(3) Donner le tableau de variations de g, en déduire celui de f.

(4) a. Donner l'équation de la droite T.

b. En déduire la valeur de $g'(3)$,

c. puis de $f'(3)$.

(5) On sait que $g'(7) = 9$

a. déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_g$ en 7.

b. Tracer cette tangente.

(6) a. Déterminer les solutions de $g'(x) = 0$.

b. La fonction f' est-elle définie en ces points ? Si oui, indiquer les images de ces points par f'.

(7) *Dans cette question, toute réflexion sera prise en compte.* Parmi ces affirmations, déterminer (en justifiant) la plus probable :

a. $g'(6) = -1{,}5$

b. $g'(6) = 3{,}75$

c. $g'(6) = 0{,}5$

d. $g'(6) = 0$

Annexe à coller sur la copie

Nom et prénom :