Exercice 1 : (6 points)

(1) $f'(x) = 3x^2$

(2) $f'(x) = 6x^2 + 8x$

(3) On pose $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = (x-1)$, on a $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et $v'(x) = 1$ donc :

$$f'(x) = \frac{x-1}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} = \frac{(3x-1)\sqrt{x}}{2x}.$$

(4)

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\frac{1}{x^2} + \frac{3x\sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{2x} \\ &= \frac{3x^2\sqrt{x} - 2x\sqrt{x} - 2}{2x^2}. \end{aligned}$$

(5) On pose $u(x) = 4x^2 + 5$, on a $u'(x) = 8x$, donc :

$$f'(x) = -\frac{40x}{(4x^2+5)^2}$$

(6) $f'(x) = \dfrac{8x}{5}$

Exercice 2 : (6 points)

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un un intervalle I.

(1) a. $(u \times v)' = u'v + uv'$.

b. Voir le cours

(2) a. On a :

$$(u^2)' = (u \times u)' = u'u + uu' = 2u'u.$$

De même,

$$(u^3)' = (u^2 \times u)' = (u^2)'u + u^2u' = 2u'u \times u + u^2u' = 3u'u^2.$$

b. Si $f(x) = (2x+3)^2$, $f'(x) = 4(2x+3)$.
Si $f(x) = (2x+3)^3$, $f'(x) = 6(2x+3)^2$.

(3) $(u^n)' = nu'u^{n-1}$.

Exercice 3 : (8 points)

(1) $g(1) = 9$ et $f(1) = \frac{1}{9}$.

(2) g ne s'annule pas sur $[0;7]$, donc $\frac{1}{g}$ est bien définie sur cet intervalle.

(3) Comme g ne s'annule pas sur $[0;7]$, on a par le cours :

x	0	1	5	7
g	7,25	9	1	9
f	$\frac{1}{7,25}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$

.

(4) a. $y = -3x + 14$.

b. On a donc $g'(3) = -3$

c. et $f'(3) = -\frac{g'(3)}{g(3)^2} = \frac{3}{25}$.

a. En utilisant la formule du cours, on a :

$$y = g'(7)(x-7) + g(7) = 9x - 54.$$

b. Il suffit de placer un autre point.

(5) a. $g'(x) = 0$ si le coefficient directeur de la tangente est nul. Ceci n'arrive qu'en 1 et 5.

b. La fonction f' est définie sur $[0;7]$ car le dénominateur de f ne s'annule pas sur cet intervalle. On a $f'(1) = f'(5) = 0$.

(6) En traçant une approximation de la tangente en 6 (ou en testant les 4 tangentes sur le graphique), on remarque que le coefficient directeur est positif et que la droite « monte » assez vite pour que seul la réponse $g'(6) = 3{,}75$ soit possible.