

Durée 1 heure. Le barème est donné à titre indicatif.  
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

**Exercice 1 :**

(6 points)

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2013 et a enregistré 2400 inscriptions en 2013. Elle estime que, chaque année, 80% des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.

Le maire de la ville déclare que lorsque la médiathèque aura moins de 2050 inscrits, il la fermera pour en faire un cinéma.

(1) Calculer le nombre d'adhérents le 2 janvier 2014 et le 2 janvier 2015.

(2) On propose l'algorithme incomplet suivant :

```

Afficher "Entrer le nombre d'inscrits"
Saisir (A)
Si ...
    alors
        Afficher "On ferme la mediatheque"
    ...
        Afficher "On ne ferme pas la mediatheque"
Fin si

```

Recopier et compléter cet algorithme pour qu'il affiche en fonction du nombre d'inscrits si on doit ou non fermer la médiathèque.

(3) On propose l'algorithme suivant :

```

N prend la valeur 0
A prend la valeur 2500
Tant que A > 2050
    A prend la valeur A * 0,8 + 400
    N prend la valeur N+1
Fin tant que
Afficher N

```

a. Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme et interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

(4) **Plus dur** Sachant qu'une inscription coûte 5€, proposer un algorithme qui permet de calculer l'argent obtenu par la médiathèque au bout de 10 ans.

**Exercice 2 :**

(4 points)

On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \frac{3x + 2}{x - 4},$$

et on appelle  $H$  sa courbe représentative.

(1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .

(2) Calculer l'image de 0 et de  $\frac{1}{2}$ .

(3) Montrer que  $f(x) = 3 + \frac{14}{x-4}$ .

(4) En déduire une représentation graphique de  $f$  ainsi que son tableau de variations.

(5) Résoudre  $f(x) = -1$  et  $f(x) = 3$ .

(6) Résoudre  $f(x) > 2$ .

**Exercice 3 :**

(10 points)

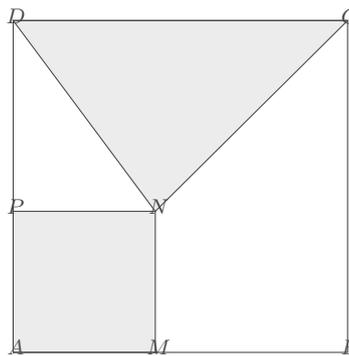
*exercice largement inspiré de : [stvalery-lyc.spip.ac-rouen.fr/IMG/pdf/dscommun-2.pdf](http://stvalery-lyc.spip.ac-rouen.fr/IMG/pdf/dscommun-2.pdf)*

On considère un carré  $ABCD$  de côté 20cm.

- $M$  est un point du segment  $[AB]$ ;
- $P$  appartient au segment  $[AD]$ ;
- $AMNP$  est un carré.

On note :

- $x = AM$ ;
- $f(x)$  l'aire du carré  $AMNP$  en  $cm^2$ ;
- $g(x)$  celle du triangle  $CDN$  en  $cm^2$ ;



**Partie A : Recherche de point(s)  $M$  tel(s) que l'aire de  $AMNP$  et celle de  $CDN$  soient égales**

- (1) On suppose ici que  $x = AM = 5$ . Calculer l'aire  $f(5)$  de  $AMNP$  et celle,  $g(5)$ , de  $CDN$ .
- (2) Justifier que pour tout  $x \in [0 ; 20]$ ,  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = -10x + 200$ .
- (3)
  - a. Tracer les courbes des fonctions  $f$  et  $g$  sur  $[0 ; 20]$  dans un graphique où 1cm vaut une unité graphique en abscisse 10 unité graphique en ordonnée.
  - b. En déduire par lecture graphique les point(s)  $M$  tel(s) que l'aire  $AMNP$  et celle de  $CDN$  soient égales.
- (4)
  - a. Développer  $(x + 5)^2 - 15^2$ .
  - b. En déduire que l'équation  $f(x) = g(x)$  est équivalente à  $(x + 5)^2 - 15^2 = 0$ .
  - c. Résoudre l'équation  $(x + 5)^2 - 15^2 = 0$  et en déduire le(s) solution(s) du problème.

**Partie B : Étude de la somme des deux aires**

On appelle  $h$  la fonction égale à la somme des aires de  $AMNP$  et  $CDN$ . Vérifier que  $h(x) = x^2 - 10x + 200$ .

- (1) On veut savoir pour quelles valeurs de  $x$  la somme des aires est inférieure à  $211cm^2$ 
  - a. **Méthode graphique.** À l'aide de la calculatrice, tracer la courbe de la fonction  $h$  sur  $[0 ; 20]$  et en déduire de manière approchée pour quelles valeurs de  $x$  l'aire est inférieure à  $211cm^2$ .
  - b. **Par le calcul.** Montrer que l'inéquation  $h(x) \leq 211$  est équivalente à l'inéquation  $(x - 11)(x + 1)$  et résoudre cette inéquation sur l'intervalle  $[0 ; 20]$ .
- (2) On cherche maintenant le minimum de la fonction  $h$ .
  - a. **Méthode graphique.** À l'aide de la calculatrice, conjecturer ce minimum et la valeur de  $x$  pour laquelle il est atteint.
  - b. **Par le calcul.** Par une méthode de son choix, montrer que le minimum est bien atteint en ce point.