Durée 1 heure.
Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (5 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(1) $x^2 + x = 0$

(2) $-3x + 1 \geqslant 0$

(3) $(x-1)(-2x+3) \leqslant 0$

(4) $(x+3)(x-3) - 2(x-3) > 0$

Solution:

(1) $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$, on a donc $S\{-1; 0\}$.

(2) $-3x + 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \leqslant -\frac{1}{3}$.

(3) On dresse un tableau de signes à partir des 2 facteurs, on a :

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$x - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x + 3$		$+$		$+$	0	$-$	
produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

On a donc $S = [-\infty; 1[\cup]\frac{3}{2}; +\infty]$.

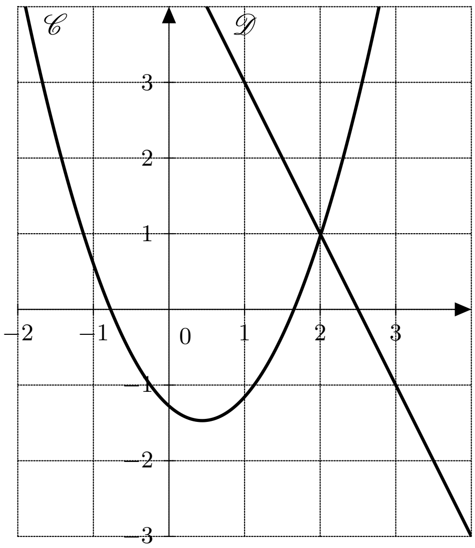
(4) $(x+3)(x-3) - 2(x-3) > 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3-2) \geqslant 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) \geqslant 0$.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x + 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 3$		$-$		$-$	0	$+$	
produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $S =]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[$.

Exercice 2 : (4 points)

La courbe $\mathscr{C}$ est la courbe représentative dans le repère (O,I,J) de la fonction f. La Droite $\mathscr{D}$ est la droite représentative de la fonction affine g.



(1) Donner le tableau de signes par lecture graphique de $f(x)$.

(2) Quelle est la fonction affine représentée par la droite $\mathscr{D}$?

(3) Donner les positions relatives de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$.

Solution:

(1)

x	$-\infty$		-0.8		1.6		$+\infty$
f		$+$	0	$-$	0	$+$	

(2) On choisit deux points $A(1; 3)$ et $B(3; -1)$. Le coefficient directeur de la droite (AB) est donc $\frac{-1+3}{3-1} = -2$. L'ordonnée à l'origine est $3+2\times1 = 5$. La fonction est donc définie par $g : x \mapsto -2x+5$.

(3) $\mathscr{C}$ est au-dessus de $\mathscr{P}$ sur $[2; 3]$ et est en-dessous de $\mathscr{P}$ sur $[-2; 2]$.

Exercice 3 : (2 points)

On considère deux événements A et B tels que :

$$p(A) = 0{,}3;\ p(\bar{B}) = 0{,}5 \text{ et } p(A \cap B) = 0{,}2.$$

Calculer $P(\bar{A})$, $P(B)$ et $P(A \cup B)$.

Solution: On a $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 0{,}7$, $p(B) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$ et $p(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}5 - 0{,}2 = 0{,}6$.

Exercice 4 : (4 points)

On dispose d'un jeu de 52 cartes. On tire une carte au hasard. On note A l'événement : « la carte est un as » et P l'événement « la carte est un pique ».

(1) Quelle est la probabilité de A ? de P ?

(2) Décrire par une phrase en français les événements $A \cap P$, $A \cup P$ et $\bar{A} \cup \bar{P}$.

(3) Calculer leur probabilité.

(4) Quelle est la probabilité que la carte obtenue ne soit pas un as ?

Solution:

(1) Il y a 4 as, donc $p(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ Il y a 4 couleurs réparties équitablement donc $p(P) = \frac{1}{4}$.

(2) $A \cap P$ est l'événement : « la carte tirée est un as de pique ». $A \cup P$ est l'événement : « la carte tirée est un as ou un pique ». $\bar{A} \cup \bar{P}$ est l'événement : « la carte tirée n'est pas un as de pique ».

(3) On a $p(A \cap P) = \frac{1}{52}$ (il y a une seul as de pique). $p(A \cup P) = p(A) + p(P) - p(A \cap P) = \frac{4}{13}$ et $p(\bar{A} \cap \bar{P}) = 1 - p(A \cap P) = \frac{51}{52}$.

(4) On a $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = \frac{12}{13}$.

Exercice 5 : (5 points)

Une urne contient 5 boules noires et 4 boules rouges. On tire successivement et sans remise (on ne remet donc pas la boule dans l'urne et il y a 8 boules au second tirage) deux boules de l'urne et on note leur couleur.

(1) Représenter cette expérience aléatoire par un arbre : on notera N le tirage d'une boule noire, R celui d'une boule rouge et on écrira les probabilités sur les branches.

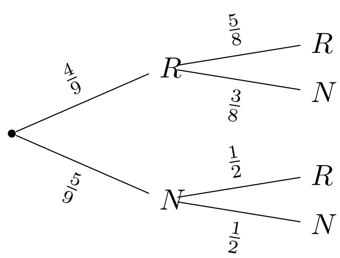
(2) Déterminer la probabilité de l'événement tirer une boule noire puis une boule rouge.

(3) Déterminer la probabilité de l'événement tirer exactement une boule noire.

(4) Déterminer la probabilité de l'événement tirer au moins une boule noire.

(5) Déterminer la probabilité de l'événement tirer deux boules de la même couleur.

Solution:



(1)

(2) $p(\{(R,N)\}) = \frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$. La probabilité de l'événement tirer une boule noire puis une boule rouge est de $\frac{5}{18}$.

(3) La probabilité de l'événement tirer exactement une boule noire $\frac{5}{9} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{9}$.

(4) L'événement tirer au moins une boule noire est le l'événement contraire de tirer que des boules rouges. Sa probabilité est donc $1 - \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{6}$.

(5) La probabilité de l'événement tirer deux boules de la même couleur est $\frac{5}{9} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{4}{9}$.