Durée 2 heure.
Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (8 points)

Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

(1) $(4+5x)(x+1)-(2-x)(x+1)=0$ (2) $(-2x+1)^2=(3-x)^2$ (3) $(x^2-3x+2)=(x-5)(x+2)$

(4) $-2(x-3)+4x<7+5x$ (5) $(x-1)(3-2x)\leqslant 0$ (6) $(2x+1)^2(1+x)>0$

Exercices 2 : Exercice sur les vecteurs (6 points)

(1) Déterminer le nombre réel x tel que les vecteurs :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}\begin{pmatrix}1+x\\2x\end{pmatrix},$$

soient colinéaires.

(2) Soient $A(5;-2)$, $B(8;2)$ et $C(-1;-9)$.
  a. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$
  b. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

(3) Soient $A(-\sqrt{5};0)$, $B(-1;-1)$, $C(3;2)$ et $D(-1;\sqrt{5}+3)$
  a. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
  b. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercices 3 : Exercice plus difficile sur les vecteurs (4 points)

Soit ABC un triangle non aplati.

(1) Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}$.

(2) Montrer que les droites (MN) et (AC) sont parallèles. (on pensera à exprimer le vecteur $\overrightarrow{MN}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AC}$)

Exercices 4 : Exercice sur les probas (6 points)

En juin 2013, 500 élèves de Terminale ont passé le bac au lycée Dartagnan de Saint-Floud.

Une étude montre qu'en Seconde, 50 de ces élèves n'ont pas suivi la décision du conseil de classe et ont obtenu en appel un passage dans la première de leur choix.

Parmi ces élèves qui sont passés en appel, 25 élèves ont eu le bac.

D'autre part, les statistiques du ministère révèlent que 460 élèves ont eu le bac en 2013 dans ce lycée.

(1) Recopier et compléter le tableau suivant qui indique le nombre d'élèves par type parmi les élèves de Terminale en 2013 dans ce lycée :

	Réussite au bac en 2013	Échec au bac en 2013	Total
Passage en 1ère validé par le conseil de classe			
Passage en 1ère validé par l'appel			
Total			

(2) On choisit un élève parmi ces élèves de Terminale en 2013 et on considère les événements suivants :

A : « L'élève choisi est Bachelier ».

B : « L'élève choisi a fait appel en Seconde ».
  a. Définir par une phrase les événements $\bar{A}$ et $A\cap B$.
  b. Calculer les probabilités suivantes : $P(A), P(B)$ et $P(A\cap B)$.
  c. En déduire $P(A\cup B)$.

(3) a. Sachant que l'élève est passé en faisant appel en Seconde, calculer la probabilité qu'il n'ait pas eu son bac en 2013.
  b. Sachant que l'élève est passé en ne faisant pas appel en Seconde, calculer la probabilité qu'il n'ait pas eu son bac en 2013.

Problème (10 points)

Soit f la fonction définie sur $[0;10]$ par : $f(x) = 0{,}2x^2 + 0{,}1x$. Soit g la fonction définie sur $[0;10]$ par : $g(x) = -1{,}2x + 11{,}5$.
On a tracé dans l'annexe, qui devra être collée sur la copie, la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant f.

Partie A : Étude des fonctions :

(1) Résoudre par le calcul $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$ puis sur $[0;10]$.

(2) a. Montrer que $f(x) = 0{,}2(x + 0{,}25)^2 – 0{,}0125$.

b. En déduire le tableau de variation de f sur R, puis sur [0 ; 10].

(3) a. Tracer sur le graphique la représentation graphique de g, que l'on nommera $\mathscr{C}_g$.

b. Résoudre graphiquement $g(x) = f(x)$.

c. Donner d'après votre graphique les positions relatives de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur $[0;10]$.

(4) On admet que $f(x) = g(x)$ équivaut à $0{,}2(x - 3{,}25)^2 - 13{,}6125 = 0$. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis sur $[0;10]$.

Partie B : Modélisation économique :

Les fonctions f et g représentent la loi de l'offre et de la demande d'un objet.

La fonction f représente le nombre d'objets (en milliers) mis à la vente en fonction du prix (x en centaine d'euros).

Exemple $f(1) = 0{,}3$ signifie que pour 1 centaine d'euros, il y a 0,3 milliers d'objets mis en vente soit 300 objets.

La fonction g représente le nombre de personnes qui souhaitent acheter l'objet (en milliers) en fonction du prix (x centaine d'euros). Exemple $g(1) = 10{,}3$ signifie que pour 1 centaine d'euros, il y a 10300 acheteurs potentiels.

(1) Calculer $f(2)$ et $g(2)$ puis interpréter ce résultat économiquement.

(2) Les variations de g et de f sur $[0;10]$ sont-elles cohérentes avec le modèle ?

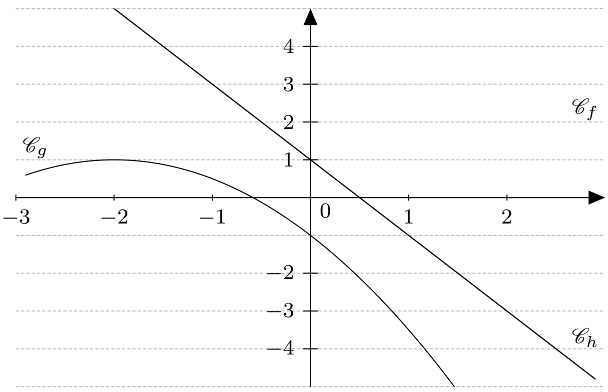
(3) On appelle point d'équilibre du marché le prix où le nombre d'objets et le nombre d'acheteurs sont égaux. Déduire de la partie A le point d'équilibre de ce marché.

(4) Résoudre $g(x) = 0$. Expliquer en quoi le modèle est incohérent lorsque le prix atteint la valeur de 1000 euros.

Question ouverte sur les fonctions (3 points)

Ceci est une question ouverte, toute initiative sera prise en compte.

Déterminer l'expression algébrique des fonctions f, g et h représentées sur le graphe ci-contre par les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$, $\mathscr{C}_h$:



Question ouverte sur les probas (3 points)

Ceci est une question ouverte, toute initiative sera prise en compte, on pourra s'aider d'un arbre de probabilité

Un joueur débute un jeu au cours duquel il est amené à faire successivement trois parties. La probabilité que le joueur perde la première partie est 0.2. Le jeu se déroule de la manière suivante :

S'il gagne une partie alors il perd la partie suivante avec une probabilité de 0.05. S'il perd une partie alors il perd la partie suivante avec une probabilité de 0.1. Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « Le joueur ne perd aucune partie ».

B : « Le joueur perd au moins une partie ».

C : « Le joueur perd une et une seule partie ».