Seconde 14 | Correction DST7 | 15 mars 2014

Exercice 1 :

(1) $S = \{0; 1\}$

(2) $S = [-\frac{2}{3}; \frac{2}{5}]$

(3) $S =]-\infty; \frac{1}{5}[\cup]\frac{1}{5}; +\infty[$

(4) $S = \{-\frac{7}{4}\}$

(5) $S =]0; +\infty[$

(6) $S =]-1; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$

Exercice 2 :

(1) x doit être différent de 2, l'ensemble de définition est donc : $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$.

(2) $f(0) = \frac{3}{2}$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{3}$.

(3) $1 - \frac{1}{x-2} = \frac{x-2-1}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$.

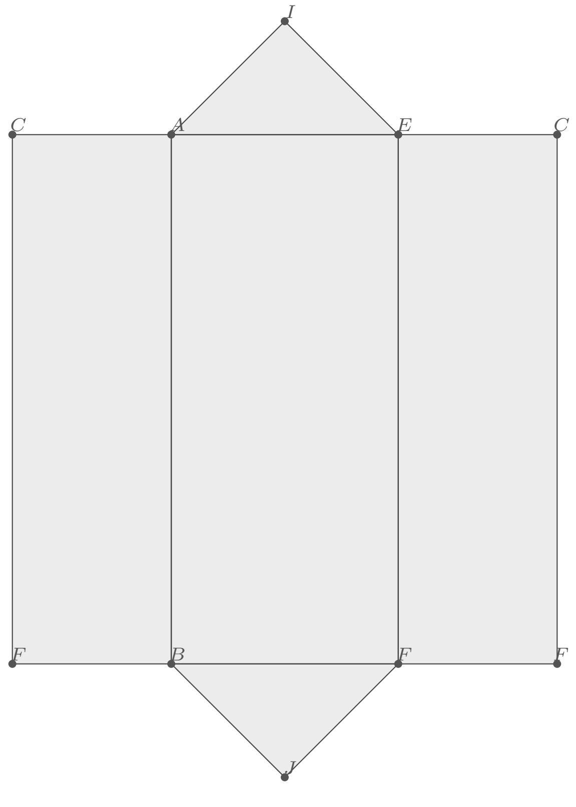
(4) $f(0) = \frac{3}{2}$ donc le point d'intersection avec l'axe des ordonnées est $(0; \frac{3}{2})$
Pour $x \neq 2$, $f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$. Le point d'intersection avec l'axe des abscisses est donc $(3; 0)$.

(5) Pour $x \neq 2$, $f(x) = 1 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x-2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x-3-x+2}{x-2} = 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{x-2} = 0$. Le réel 1 n'a pas d'antécédent par f. On en conclut que H ne coupe pas la droite d'équation $y = 1$

(6) $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{-1}{x-2} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} > 0$. On sait que $\frac{1}{x} > 0$ pour $x > 0$, on en conclut que $\frac{1}{x-2} > 0$ pour $x > 2$.
$S =]2; +\infty[$

(7) À l'aide de la calculatrice on conjecture que f est strictement croissante sur $]-\infty; 2[$ et strictement croissante sur $]2; +\infty[$.
Soient a et b deux réels tels que : $a < b < 2$. En ajoutant -2, on a $a - 2 < b - 2 < 0$, en inversant $\frac{1}{b-2} < \frac{1}{a-2}$, en multipliant par -1, $-\frac{1}{a-2} < -\frac{1}{b-2}$ et en ajoutant 1, $1 - \frac{1}{a-2} < 1 - \frac{1}{b-2}$. On peut aussi utiliser la fonction affine $x \mapsto 1 - x$. Finalement $f(a) < f(b)$ donc f est strictement croissante sur $]-\infty; 2[$. On procède de la même façon pour montrer que f est strictement croissante sur $]2; +\infty[$.

Exercice 3 :



(1) L'angle de fuite est de 45 degré et le coefficient de perspective de $\frac{2}{3}$.

(2) Ce solide est constitué de trois carrés et deux triangle, il s'agit donc d'un prisme.

(3) Voir figure.

(4) La formule du volume du prisme est Base×hauteur. L'aire du triangle AEI est $\frac{3\times1{,}5}{2}$ et la hauteur est 7, on a donc un volume de 15,75cm^3

Exercice 4 :

(1) (AB) et (HG) sont parallèles.

(2) (AF) et (BG) ne sont pas coplanaires.

(3) (BK) et (CG) sont sécantes en G.

(4) (EF) et (ADH) sont sécants en E.

(5) (EF) et (ABG) sont parallèles.

(6) (AK) et (EFG) sont sécants.

(7) (EFG) et (ABC) sont parallèles.

(8) (ABK) et (CDH) sont sécants en (HG).

(9) (DBK) et (EFG) sont sécants.