Seconde 14 Correction du DST9 12 mai 2014

**Exercice 1 :** (4 points)

(1) $S=\{0;-2\}$

(2) $(3x-1)^2-(4-x)^2=(3x-1-4+x)(3x-1+4-x)=(4x-5)(2x+3)$, donc $S=\{\frac{5}{4};-\frac{3}{2}\}$

(3) $4(1-x)+3x<16-3(4-2x)\Leftrightarrow 4-4x+3x-16+12-6x<0\Leftrightarrow -7x<0$, donc $S=]0;+\infty[$

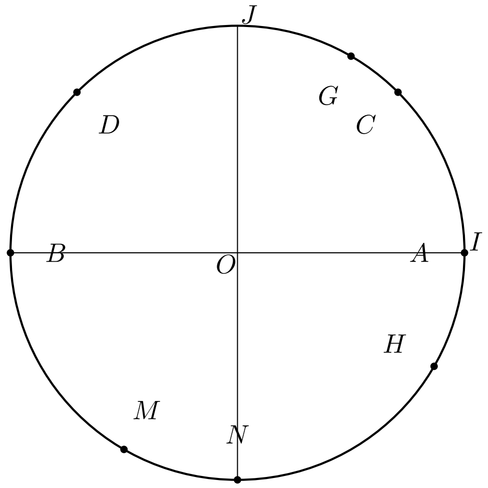
(4) $\frac{3+x}{x-2}<1\Leftrightarrow \frac{5}{x-2}<0$. On a donc $S=]-\infty;2[$

(5) $x\mapsto \frac{(7-x)(8+3x)}{(2x+1)^2}$ est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-\frac{1}{2}\}$. Le tableau de signes est :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{8}{3}$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $7$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $7-x$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $8+3x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $(2x+1)^2$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| quotient | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

$S=[-\infty;-\frac{8}{3}]\cup[7;+\infty]$

**Exercice 2 :** (4 points)




$A\,(1;0)$ , $B\,(-1;0)$ , $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ , $D\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ , $G\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , $H\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$ , $M\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ , $N\,(0;-1)$.

**Exercice 3 :** (5 points)

(1) Faux, $\frac{7\pi}{8}+\frac{\pi}{8}=\frac{8\pi}{\pi}=\pi$ donc les points sont opposés.

(2) Faux car $\cos-\frac{\pi}{4}+\sin-\frac{\pi}{4}=0$

(3) Vrai car on sait que $-1\leqslant\cos x\leqslant 1$.

(4) Faux, elle en a deux. une comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ et l'autre comprise entre $\frac{3\pi}{2}$ et $2\pi$

(5) Faux car $\cos(x+\pi)=-\cos x$ et $\cos(-x)=\cos x$

**Exercice 4 :** (3 points)

(1) a. $x\in[0;\frac{\pi}{2}]$, donc $x\approx 0{,}644$.

b. Ainsi, $\sin x\approx 0{,}6$

(2) On sait que $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, donc $\sin^x=1-\cos^2 x=0.36$. Ainsi $\sin x=0{,}6$

**Exercice 5 :** (4 points)

(1) Après 5 secondes, le projectile se trouve à une hauteur de $h(5)=375$.

(2) Le projectile retombe au sol lorsque $h(t)=0$ et $t>0$. $-5t^2+100t=t(-5t+100)=0$ implique que $t=0$ ou $t=20$. Donc le projectile retombera au sol après 20 secondes.

(3) On conjecture que la forme canonique de $h$ est : $-5(t-10)^2+500$. Montrons cette conjecture :

$$-5(t-10)^2+500=-5t^2+100t-500+500=h(t).$$

Le maximum de cette fonction est donc 500 et est atteint en 10 ce qui explique le résultat.

(4) Comme $h$ est une fonction trinôme du second degré et que $-5<0$, on a :

| $x$ | $-\infty$ | $10$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $h$ | $\nearrow$ | $500$ | $\searrow$ |

et donc

| $x$ | $0$ | | $10$ |
|---|---|---|---|
| $h$ | $0$ | $\nearrow$ | $500$ |

(5) Pour cela on résout $h(t)\leqslant 320$. On a $-5(t-10)^2+500-320=-5(t-10)^2+180=-5\left((t-10)^2-36\right)=-5(t-10-6)(t-10+6)=-5(t-16)(1-4)$.

On en conclut que l'objet sera au-dessus de 320m entre 4 et 16 secondes.