Seconde 14 — DST1 — 1 octobre 2013

Durée 1 heure.
Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (4 point(s))

Résoudre les équations suivantes

(1) $2x - 4 = 0$

(2) $(x+2)(x-3) = 0$

(3) $x^2 + x = 0$

(4) $x^2 - 16 + 5(x+4) = 0$

Exercice 2 : (5 point(s))

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-4;6]$:

x	-4		-2		0		4		6
f	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1

Pour chacun des énoncés suivants, dire s'il est vrai ou s'il est faux et justifier :

(1) $f(1) > f(3)$.

(2) $f(-3) = 4$.

(3) $f(1) > 3$.

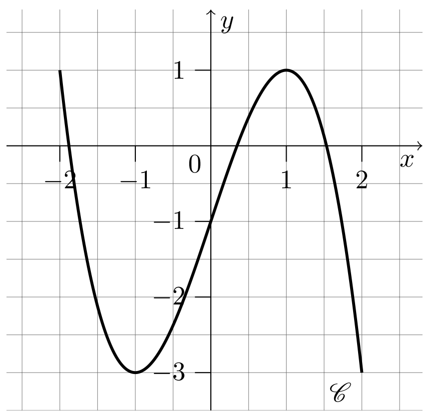
(4) Si $x \in [0;6]$ alors $-1 \leqslant f(x) \leqslant 3$.

(5) $f(-1) > f(5)$

Exercice 3 : (6 point(s))

On considère la fonction f définie sur $[-2;2]$ donc la courbe $\mathscr{C}$ est représentée dans le plan muni d'un repère.

Partie 1



(1) À l'aide de la courbe $\mathscr{C}$, déterminer les images de $-2, 0, 2$.

(2) Donner les antécédents éventuels de 4 et de -3 par f.

(3) Donner le maximum de la fonction f sur $[0;2]$ et dire où il est atteint.

(4) Donner le maximum de la fonction f sur $[-2;1[$ et dire où il est atteint.

(5) Décrire les variations de la fonction f sur $[-2;2]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-2;2]$.

(6) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.

Partie 2

La courbe $\mathscr{C}$ représente la fonction f définie sur $[-2;2]$ par : $f(x) = -x^3 + 3x - 1$.

(1) Le point $A(\sqrt{2}, \sqrt{2} - 1)$ appartient-il à la courbe $\mathscr{C}$?

(2) Dans $[-2;2]$, résoudre algébriquement l'équation $f(x) = -1$.

Exercice 4 : (5 point(s))

Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 1 à 45 kg de truffes par semaine durant la période de production de la truffe. Chaque kilo de truffes est vendu 950€. On désigne par $f(x)$ le coût moyen, en euro par kg, pour x kg de truffes traités en une semaine.

On estime que la fonction f est définie sur $[1;45]$ par :

$$f(x) = x^2 - 60x + 1250.$$

(1) Exprimer le coût de production total $C(x)$, en euro, pour x kg de truffes. (On rappelle que $C(x) = f(x) \times x$).

(2) Justifier que le bénéfice $B(x)$ pour x kg de truffes est donné, en euro, par :

$$B(x) = -x^3 + 60x^2 - 300x.$$

(3) Afficher entièrement et de façon pertinente la courbe sur la calculatrice et appeler le professeur une fois qu'elle est affichée.

(4) Avec la calculatrice, déterminer :

a. Le nombre d'articles assurant un bénéfice maximal ;

b. Le nombre d'articles minimal à fabriquer pour que l'entreprise fasse des bénéfices.