

Durée 1 heure.

Le barème est donné à titre indicatif.

Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

**Exercice 1 :**

(3 points)

Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

(1)  $x^2 + x = 0$

(2)  $\frac{3x+2}{-x+4} \geq 0$

2

**Exercice 2 :**

(4 points)

Dériver les fonctions suivantes :

(1)  $\frac{2x+1}{3x+2}$

(2)  $\sqrt{x}(x^2 + 1) + \frac{1}{x}$

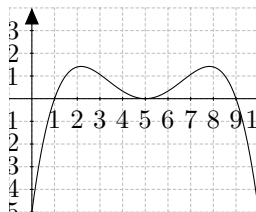
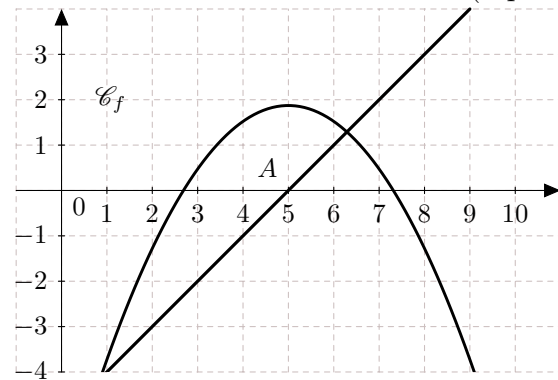
**Exercice 3 :**

(4 points)

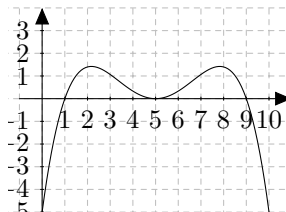
On donne ci-contre la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $[0; 10]$ . La tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$  d'abscisse 5 est tracée.

Parmi les quatre courbes ci-dessous, déterminer laquelle représente graphiquement la fonction dérivée en justifiant votre choix.

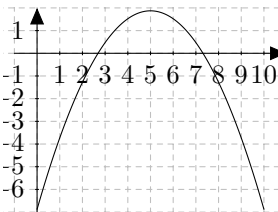
**Toute trace de recherche sera prise en compte.**



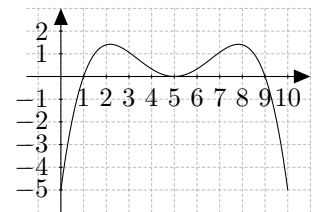
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4

**Exercice 4 :**

(9 points)

Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 1 à 45 kg de truffes par semaine durant la période de production de la truffe. Chaque kilo de truffes est vendu 950€. On désigne par  $f(x)$  le coût moyen, en euro par kg, pour  $x$  kg de truffes traités en une semaine.

On estime que la fonction  $f$  est définie sur  $[1; 45]$  par :

$$f(x) = x^2 - 60x + 1250.$$

(1) Exprimer le coût de production total  $C(x)$ , en euro, pour  $x$  kg de truffes.

(2) Justifier que le bénéfice  $B(x)$  pour  $x$  kg de truffes est donné, en euro, par :

$$B(x) = -x^3 + 60x^2 - 300x.$$

(3) a. Calculer  $B'(x)$  et en déduire le tableau de variations de  $B$  sur  $[1; 45]$ .

- 
- b. Pour quelle quantité de truffes le bénéfice du producteur est-il maximal ? *Arrondir le résultat à 100 g près*. Quel est alors ce bénéfice maximal, à 100€ près ?
- (4) On souhaite maintenant savoir quand le bénéfice est positif.
- a. Déterminer le nombre de solutions de l'équation  $B(x) = 0$ , puis la valeur arrondie de chaque solution à 0,01 près.
- b. Dédire de la question précédente et du tableau de variations de  $B$  le tableau de signes de  $B$ .
- c. Pour quelle quantité de truffes le producteur fait-il un bénéfice ? *Arrondir le résultat à 100 g près*.