Durée 1 heure 30.
Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

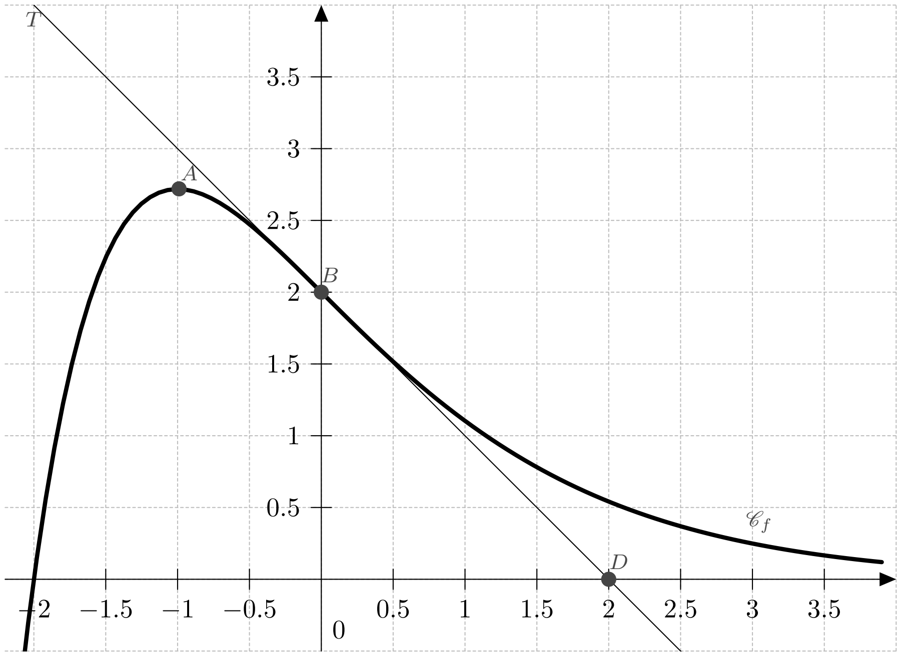
Exercice 1 : (7 points)

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2; 4]$.

La courbe $\mathscr{C}_f$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points $B(0; 2)$ et A d'abscisse -1.

La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B passe par le point $D(2; 0)$.



En utilisant les données graphiques, indiquer :

(1) le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2; 4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et un encadrement d'amplitude 0,5 des solutions éventuelles ;

(2) les solutions de l'équations $f'(x) = 0$;

(3) l'équation de T ;

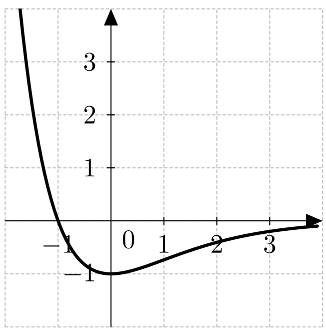
(4) la valeur de $f'(0)$;

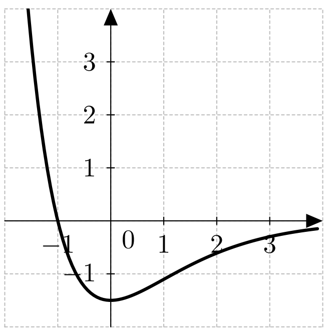
(5) le signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-2; 4]$;

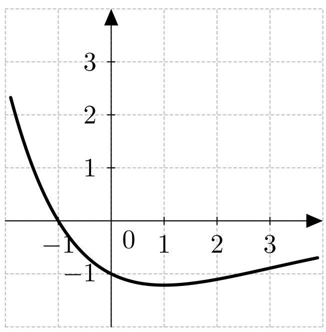
(6) si la courbe $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion ; si oui l'indiquer ;

(7) la convexité de f ;

(8) laquelle, parmi ces trois courbes représente la courbe de la dérivée de f (une justification est attendue).







Exercice 2 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[-3;3]$ par $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + 1$ et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthogonal.

(1) Donner le tableau de variations de la fonction f sur $[-3;3]$.

(2) Étude de $f(x) = 2$

a. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$ sur $[-3;3]$.

b. Donner une valeur approchée à 0,01 près de celles-ci.

(3) Étude de la convexité et de la concavité de f

a. Étudier la convexité et la concavité de f sur $[-3;3]$.

b. Donne le ou les points d'inflexions de f sur cet intervalle.

Exercice 3 : (7 points)

Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1OOO de son entreprise. En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an.

Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 2 % par an.

On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année $(2000 + n)$ par une suite (U_n). On a donc $U_0 = 120\,000$.

(1) Montrer que, pour tout entier naturel n : $U_n = 120\,000 \times 0{,}98^n$.

(2) a. Quel a été le nombre de jouets fabriqués en 2005 ?

b. Déterminer à partir de quelle année, le nombre de jouets fabriqués sera strictement inférieur à 100 000.

c. Cet industriel décide qu'il changera la machine lorsqu'elle produira moins de 90 000 jouets par an.

Recopier et compléter les lignes 8 et 9 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $U_n < 90\,000$.

1	**Variables :**	A est un réel
2		n est un entier naturel
3		
4	**Initialisation :**	Affecter à A la valeur 120 000
5		Affecter à n la valeur 0
6		
7	**Traitement :**	Tant que $A \geqslant 90\,000$
8		n prend la valeur ...
9		...
10		Fin Tant que
11		
12	**Sortie :**	Afficher n

(3) a. Exprimer $1 + 0{,}98 + 0{,}98^2 + \cdots + 0{,}98^n$ en fonction de n.

b. On pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$.

Montrer que $S_n = 6\,000\,000 \times (1 - 0{,}98^{n+1})$.

c. En déduire le nombre total de jouets fabriqués pendant les 15 premières années de production.