Durée 1 heure.
Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (0 points)

Pour chaque fonction suivante,

(1) Déterminer une primitive sur $]0;+\infty[$,

(2) En déduire la primitive qui s'annule pour $x = 2$.

(1) $f(x) = 2x + 1$

(2) $g(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{3}$

(3) $h(x) = \frac{2+x}{x}$

(4) $i(x) = \mathrm{e}^{0,5x+2}$

(5) $j(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$

Exercice 2 : (0 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0 ; 5]$ par $f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-x}$ où a et b sont deux réels.
On note f' la fonction dérivée de f.

(1) Montrer que pour tout nombre réel x, $f'(x) = (a - b - ax)\mathrm{e}^{-x}$

(2) On donne $f(0) = 1$ et $f'(0) = 3$. En déduire a et b.

On admet maintenant que $f(x) = (4x + 1)\mathrm{e}^{-x}$.

(3) Donner le tableau de variations complet de f sur $[0 ; 5]$.

Partie B

Une entreprise produit entre 0 et 500 objets par semaine.
Le coût moyen, exprimé en milliers d'euros, de x centaines d'objets produits en une semaine est $f(x)$.

(1) Quel est le coût moyen maximal hebdomadaire ? On arrondira le résultat à l'euro près.

(2) a. Démontrer que la fonction F définie sur $[0; 5]$ par $F(x) = (-4x - 5)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de la fonction f sur ce même intervalle.

b. Donner la primitive G de f telle que $G(5) = 0$.

(3) a. Calculer $\frac{1}{5}\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$. On arrondira le résultat à 10^{-3} près.

b. Quelle interprétation peut-on faire du résultat précédent pour l'entreprise ?