

DS n° 3 d'informatique

durée : 30min, calculatrice interdite

On pourra utiliser les fonctions des questions non résolues afin de répondre aux questions suivantes.

Questions de cours

1. Quelle bibliothèque doit-on appeler pour faire de l'aléatoire en Python ? Comment l'appelle-t'on ?
2. Écrire la fonction **Bernoulli** qui prend en argument une probabilité p et renvoie 0 avec une probabilité $1 - p$ et 1 avec une probabilité p .
3. En déduire la fonction **binomiale**, qui prend comme arguments un nombre n et une probabilité p , permettant de simuler une loi binomiale de paramètres (n, p) .

Problème

Pour un entier naturel non nul n donné, on considère une urne contenant $2n$ boules numérotées et indiscernables au toucher :

- n boules numérotées 0
- et les n boules restantes numérotées de 1 à n .

On effectue au hasard et sans remise deux tirages successifs d'une boule dans cette urne. On note X le plus grand des deux numéros obtenus et Y le plus petit. Le but de ce problème est d'estimer la probabilité de l'événement $(X = Y + 1)$ à l'aide d'une simulation numérique.

1. Proposer une représentation informatique de l'urne en écrivant une fonction `tirage(n)` qui, étant donné l'entier n , simule les deux tirages dans l'urne et renvoie la liste des deux numéros obtenus : le premier numéro tiré puis le deuxième.
2. Écrire une fonction `simuleXY(n)` qui simule les deux tirages et renvoie la liste $[X, Y]$ (*c'est-à-dire avec X plus grand que Y*).
3. Écrire une fonction `simulePlusieursFoisXY(n,m)` permettant de simuler m fois l'expérience aléatoire décrite ci-dessus (où m est un entier naturel supposé grand) et qui renvoie la liste des résultats de ces m expériences.
4. Proposer une évaluation numérique de la probabilité de l'événement $(X = Y + 1)$ en écrivant une fonction `calculeFreq(n,m)` qui simule les m expériences successives et qui renvoie la probabilité empirique recherchée sous forme d'une fréquence.

Pour la question suivante, on admet que la probabilité théorique de l'événement $(X = Y + 1)$ est donnée par : $P(X = Y + 1) = \frac{1}{n}$.

5. On se donne le code suivant :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 N = []
3 freqEmpirique = [ ]
4 freqTheo = []
5 for i in range(2,1000):
6     N += [ i ]
7     freqEmpirique += [ calculeFreq(i, 5000) ]
8     freqTheo += [ 1 / i ]
9 plt.plot (N, freqEmpirique, '+r')
10 plt.plot (N, freqTheo)
```

- (a) À quoi sert la première ligne ?
- (b) Expliquer ce que fait ce code. Quel affichage doit on espérer ?