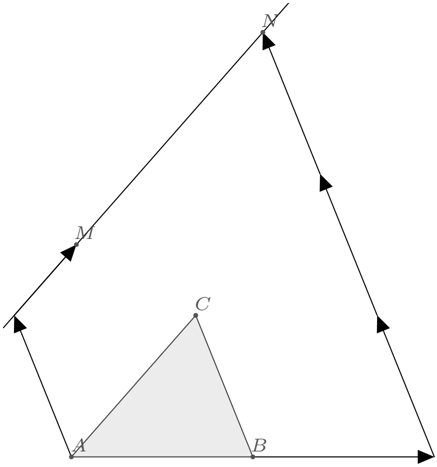
Exercice 1 :



(1)

(2) On peut déjà réécrire $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$
On a ainsi :
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$
Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires, donc les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

Exercice 2 :

(1) $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;1)$ et $D(0;1)$.

(2) $AE = AB = 1$. L'abscisse de E est 0,5 car la hauteur et la médiatrice d'un triangle équilatéral sont confondues. L'ordonnée de E est la longueur de la hauteur du triangle. Par le théorème de Pythagore, si on appelle h cette longueur, on a :$h^2 + \frac{1}{2}^2 = AE^2 = 1$ et donc $h^2 = \frac{3}{4}$ et $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$. On a donc $E(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.
De la même façon, on montre que $F(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$.

(3) Pour montrer que D, E et F sont alignés, il suffit de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ colinéaires.
On a $\overrightarrow{DE}\binom{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}$ et $\overrightarrow{DF}\binom{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}$. Et on a :

$$-\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - (\frac{\sqrt{3}}{2} + 1) \times (\frac{\sqrt{3}}{2} - 1) = -\frac{1}{4} - (\frac{3}{4} - 1) = 0.$$

Les vecteurs sont colinéaires, donc les points sont alignés.