Exercice 1 :

(1) a. Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$, $\overrightarrow{RQ}\binom{1}{a}$ et $\overrightarrow{BC}\binom{-}{1}1$

$1 \times 1 - a \times (-1) = 1 + a \neq 0$ (car $a \neq -1$). Les vecteurs $\overrightarrow{RQ}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires donc les droites (BC) et (RQ) sont sécantes.

b. Soit $M(x; y)$ un point de (BC). Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BM}\binom{x-1}{y}$ sont colinéaires donc :

$-y - x + 1 = 0$ est une équation de (BC).

De même $ax - y + a = 0$ est une équation de (RQ).

Les coordonnées de P vérifient le système : $\begin{cases} x + y - 1 & = 0 \\ ax - y + a & = 0 \end{cases}$ équivalent à $\begin{cases} y & = 1 - x \\ ax - 1 + x + a & = 0 \end{cases}$ c'est-à-dire $\begin{cases} y & = \dfrac{2a}{1+a} \\ x & = \dfrac{1-a}{1+a} \end{cases}$

Donc $P\left(\dfrac{1-a}{1+a}; \dfrac{2a}{1+a}\right)$

(2) a. $M(1; a-1)$, $N\left(\dfrac{1-a}{1+a}; \dfrac{a-1}{a+1}\right)$.

b. $\overrightarrow{RM}\binom{2}{a-1}$ et $\overrightarrow{RN}\begin{pmatrix} \dfrac{2}{1+a} \\ \dfrac{a-1}{1+a} \end{pmatrix}$

$2 \times \dfrac{a-1}{1+a} - (a-1) \times \dfrac{2}{1+a} = 0$ donc $\overrightarrow{RM}$ et $\overrightarrow{RN}$ sont colinéaires donc les points R, M et N sont alignés.

Exercice 2 :

(1) $MA^2 = x^2 + (y-1)^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1$

$MB^2 = (x-5)^2 + (y+2)^2 = x^2 + y^2 - 10x + 4y + 29$

(2) $M \in d$ est équivalent à $MA = MB$ c'est-à-dire $MA^2 = MB^2$ ou encore $5x - 3y - 14 = 0$. On a ici une équation de d

(3) De même, on a $d' : x + y - 4 = 0$

(4) Notons I le cercle du centre circonscrit au triangle ABC.

I est le point d'intersection des droites d et d'.

Après résolution du système, on a $I\left(\frac{13}{4}; \frac{3}{4}\right)$. Son rayon est $AI = \frac{1}{4}\sqrt{170}$