

Exercice 1

Lors d'un jeu, Marc doit répondre à la question suivante : « Au départ nous vous donnons 100 euros. Nous vous offrons chaque jour 5% de plus que la veille plus une somme fixe de 20 euros. Au bout de combien de jours aurez-vous la somme totale de 10000 euros? ».

Nous allons aider Marc à répondre à cette question.

- (1) Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le montant en euro obtenu par Marc le  $n^{\text{ième}}$  jour. Ainsi  $u_0 = 100$ .
  - a. Calculer  $u_1$ .
  - b. Justifier que pour tout entier  $n$  non nul, on a  $u_{n+1} = 1,05u_n + 20$ .
- (2) On définit la suite  $(v_n)$  par  $v_n = u_n + 400$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique et préciser sa raison.
  - b. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis en déduire que  $u_n = 500 \times 1,05^n - 400$ .
- (3) On va maintenant étudier la somme obtenue par Marc au bout de  $n$  jours :
  - a. Déterminer en fonction de  $n$  la somme  $500 + 500 \times 1,05^1 + \dots + 500 \times 1,05^n$ .
  - b. Justifier que  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 10000 \times (1,05^{n+1} - 1) - 400(n + 1)$ .
  - c. Utiliser votre calculatrice pour résoudre le problème de Marc.
- (4) Une autre solution serait d'utiliser un algorithme

*On rappelle dans cet exercice qu'une boucle while ou tant que provoque la répétition de l'exécution des instructions jusqu'à ce que la condition ne soit plus vérifiée.*

On propose l'algorithme suivant :

```

Variables :
    u, i, S, N
Initialisation :
    Mettre 100 dans u
    Mettre u dans S
    Mettre 0 dans i
Traitement :
    tant que u < 200
        u prend la valeur 1,05 * u + 20
        S prend la valeur S + u
        i = i + 1
        Afficher S
    Fin tant que
    
```

- (1) Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant.

Valeur de $i$	0	1	.....	
Valeur de $u$	100		.....	
Valeur de $S$	100		.....	

- (2) En déduire l'affichage de l'algorithme une fois exécuté.
- (3) Modifier cet algorithme pour qu'il réponde à la question posée.
- (4) Vérifier que l'on obtient bien la même valeur que dans la question 2.