Exercice 1

(1) f est un polynôme donc dérivable sur $\mathbb{R}$.
On pose $u(x) = x + 2$ et $v(x) = 2x^2 - 5x + 2$, on a donc $u'(x) = 1$ et $v'(x) = 4x - 5$ et
$f'(x) = 2\left(2x^2 - 5x + 2 + (x+2)(4x-5)\right)$
$= 2\left(2x^2 - 5x + 2 + 4x^2 + 8x - 5x - 10\right)$
$= 12x^2 - 4x - 16.$

(2) On pose $u(x) = x - 1$ et $v(x) = x + 1$.
u et v sont dérivable sur $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$, de plus $v(x) \neq 0$ sur cet ensemble donc f est dérivable sur cet ensemble.
On a $u'(x) = 1$ et $v'(x) = 1$ et
$f'(x) = \dfrac{x + 1 - x + 1}{(x+1)^2} = \dfrac{2}{(x+1)^2}$

(3) f est un polynôme donc dérivable sur $\mathbb{R}$.
On a $f'(x) = \dfrac{2x + 5}{7}$

(4) On pose $u(x) = x^2 + 5x - 5$,
Résolvons $u(x) = 0$.
$\Delta = 45$. Il y a donc deux solutions réelles $x_1 = \dfrac{-2 + 3\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-5 - 3\sqrt{5}}{2}$
u est un polynôme donc dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{-5 - 3\sqrt{5}}{2}; \dfrac{-5 + 3\sqrt{5}}{2} \right\}$. De plus $u(x) \neq 0$ sur cet ensemble ,donc $f = \frac{1}{u}$ est dérivable sur cet ensemble.
on a donc $u'(x) = 2x + 5$ et
$f'(x) = -\dfrac{7(2x+5)}{(x^2 + 5x - 5)^2}$

Exercice 2

(1) On pose $u(x) = x^2 - 2x + 2$ et $v(x) = x - 1$. u et v sont dérivables comme fonctions polynômes et $v(x) \neq 0$ pour tout $x \in I$.
On a $u'(x) = 2x - 2$ et $v'(x) = 1$.
Donc $f'(x) = \dfrac{(2x-2)(x-1) - 1(x^2 - 2x + 2)}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

(2) $x - 1 + \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{(x-1)^2 + 1}{x - 1} = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = g(x)$.
$g(x)$ est alors la somme d'un polynôme avec l'inverse d'un polynôme.

(3) On pose $u(x) = x - 1$, on a $u'x = 1$ et
$g'(x) = 1 + \dfrac{1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x + 1 - 1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$
On retrouve bien les mêmes résultats.

Exercice 3

(1) $f'(x) = -2x + 4$. L'équation de la tangente à f en A est donc :
$y = (-2a + 4)(x - a) - a^2 + 4a - 2 = (4 - 2a)x + 2a^2 - 4a - a^2 + 4a - 2 = (4 - 2a)x + a^2 - 2$

(2) Si la tangente en A passe par I, on a $4 = (4 - 2a) \times \frac{3}{2} + a^2 - 2$. Résolvons cette équation en a.
Cette équation est équivalente à $a^2 - 3a = 0$. Elle a donc deux solutions 0 et 3.
Il y a donc deux tangentes, une qui passe par 0 avec comme équation : $y = 4x - 2$ et une qui passe par 3 avec comme équation $y = -2x + 7$