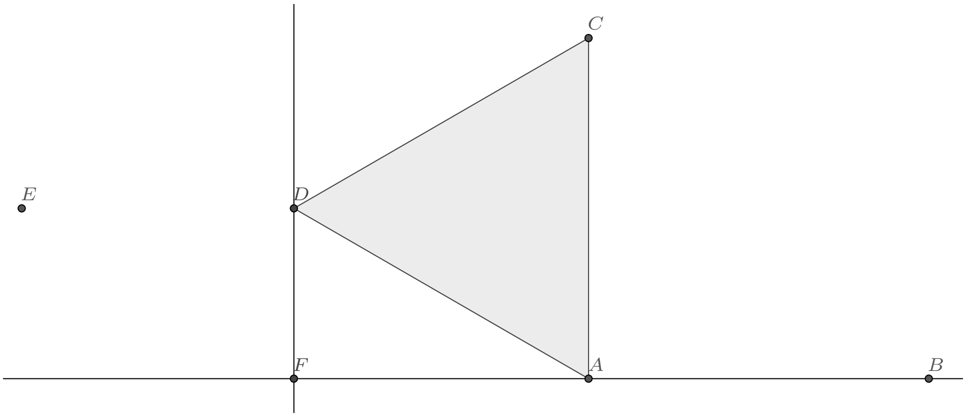
Exercice 36 p.196



1.

2. a. Montrons que les droites (AD) et (DE) sont parallèles.

On a $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CD}\right)=\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{DC}\right)$, il existe donc un entier k tel que

$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{DC}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{DC}\right)+2k\pi=\frac{\pi}{2}+\frac{5\pi}{3}+2k\pi=\frac{13\pi}{6}+2k\pi$.

De plus $\left(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DC}\right)=-\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=\frac{5\pi}{6}$.

Donc par la relation de Chasles, il existe un entier relatif k' tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{DE}\right)=\frac{13\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}+2k'\pi=\frac{18\pi}{6}+2k'\pi=3\pi+2k'\pi$.

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires, donc (AD) et (DE) sont parallèles.

b. On sait qu'il existe un entier k tel que $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DF}\right)=\pi+\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{DF}\right)+2k\pi$,

donc $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DF}\right)=\pi-\left(\overrightarrow{DF};\overrightarrow{CD}\right)+2k\pi=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$.

Par la relation de Chasles, il existe donc k' tel que

$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{DF}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DF}\right)=\frac{13\pi}{6}+\frac{4\pi}{3}+2k'\pi=\frac{21\pi}{6}+2k'\pi=\frac{\pi}{2}+3\pi+2k'\pi$.

les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont donc orthogonaux, donc les droites (AB) et (DF) sont perpendiculaires.