Durée 1 heure. Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (7 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(1) $2x^2 + x = 0$

(2) $x^2 + 12x + 18 = 0$

(3) $x^4 + x^2 - 6 = 0$

(4) $-\frac{1}{2}x^2 + 4x = -2x - 16$

(5) $-2x^2 - 3 \leqslant 0$

(6) $x^2 + 2x + 4 > -x + 2$

(7) $-x^2 + \sqrt{2}x - 1 > 9$

(8) $\dfrac{x-2}{x+3} - \dfrac{3x+5}{x-5} \leqslant 0$

Exercice 2 : (4 points)

Voici quatre équations (A), (B), (C) et (D) :

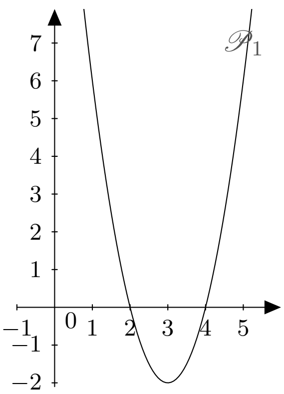
(A) $y = x^2 - 6x + 8$

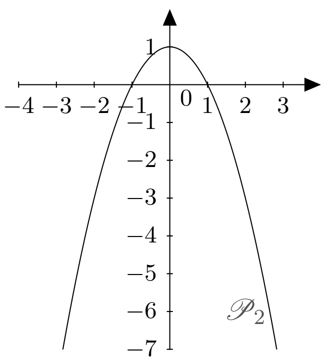
(B) $y = 2(x-2)(x-4)$

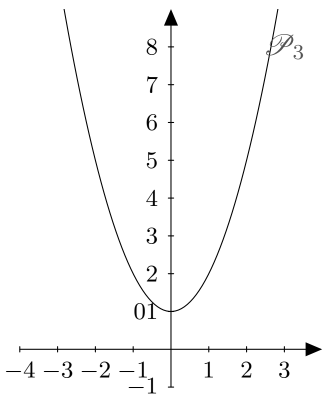
(C) $y = x^2 + 1$

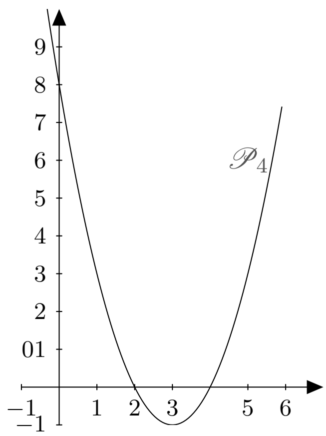
(D) $y = 1 - x^2$

Voici 4 paraboles $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$, $\mathscr{P}_3$ et $\mathscr{P}_4$.





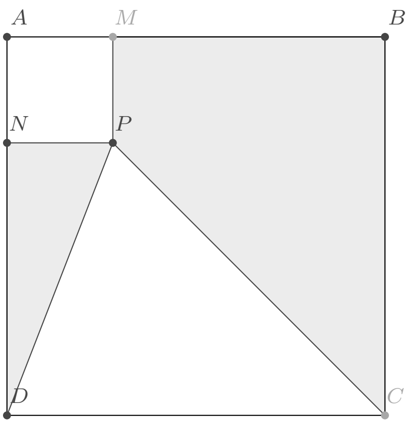




Retrouver l'équation de chacune de ces paraboles, en justifiant.

Exercice 3 : (5 points)

$ABCD$ est un carré de 10cm de côté et $AMPN$ un carré de côté x tel que x appartient à l'intervalle $I = [0; 10]$. On désigne par $S(x)$ l'aire en cm^2 de la partie coloriée.



(1) Démontrer que pour tout nombre x de I :

$$S(x) = -x^2 + 5x + 50.$$

(2) a. Construire le tableau de variations de S sur I.

b. Pour quelle valeur de x l'aire $S(x)$ est-elle maximale ? Que vaut alors cette aire ?

(3) Quel est l'ensemble des nombres x de I pour lesquels $S(x) \leqslant \text{aire}(AMPN)$?

Exercice 4 : (4 points)

Question de cours f est une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.

(1) Rappeler la formule donnant la forme canonique de f.

(2) En déduire (en le démontrant) dans le cas où le discriminant est strictement positif, une formule explicite donnant les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.