1ère S 11 — DST 1 Correction — 20 septembre 2014

Durée 1 heure. Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (7 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(1) **Attention, il ne faut pas calculer de discriminant** $S = \{0; -1/2\}$

(2) $\Delta = 72$ et $S = \{-6 + 3\sqrt{2}; -6 - 3\sqrt{2}\}$

(3) $\Delta = 25$ et $S = \{\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$

(4) $\Delta = 68$ et $S = \{6 - 2\sqrt{17}; 6 + 2\sqrt{17}\}$

(5) **Attention, il ne faut pas calculer de discriminant**, $S = \mathbb{R}$.

(6) $\Delta = 1$ et $S =]-\infty; -2[\cup]-1; +\infty[$

(7) $\Delta < 0$, donc $S = \{\}$

(8) $\dfrac{x-2}{x+3} - \dfrac{3x+5}{x-5} = -\dfrac{2x^2+21x+5}{(x+3)(x-5)}$. Au numérateur, $\Delta = 401$. Avec un tableau de signes, on trouve : $S = \left]-\infty; -\dfrac{21+\sqrt{401}}{4}\right] \cup \left]-3; -\dfrac{21-\sqrt{401}}{4}\right] \cup]5; +\infty[$.

Exercice 2 : (4 points)

$\mathscr{P}_2$ et (D) sont liées car le membre de droite de (D) est le seul trinôme comportant un coefficient dominant négatif.

$\mathscr{P}_3$ et (C) sont liées car le membre de droite est écrit comme une forme canonique avec un sommet d'abscisse 0.

$\mathscr{P}_4$ et (A) sont liées car le membre de droite évalué en 0 vaut 8 (ce qui n'est pas le cas de (B)) et la courbe $\mathscr{P}_4$ coupe l'axe des ordonnées en 8.

Par élimination, $\mathscr{P}_1$ et (B) sont liées.

Exercice 3 : (5 points)

(1) $S(x)$ est l'aire de la partie coloriée, c'est à dire l'aire du grand carré de côté 10 moins l'aire du carré de côté 10 et du triangle de base 10 et de hauteur $(10 - x)$. On a donc :

$$S(x) = 10^2 - x^2 - (10 - x) * 10/2 = 100 - x^2 - 50 - 5x = -x^2 + 5x + 50.$$

(2) a. La forme canonique de $S(x)$ est $-(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{225}{4}$ Le tableau de variations est donc :

x	0	$\frac{5}{2}$	10
f	50 ↗	$\frac{225}{4}$	↘ 0

b. L'aire est maximale lorsque $x = \frac{5}{2}$. Cette aire vaut alors $\frac{225}{4}$ cm^2.

(3)

$$S(x) \leqslant \text{aire}(AMPN) \Leftrightarrow -2x^2 + 5x + 50 \leqslant 0.$$

Le discriminant du trinôme vaut 425, cette équation a deux racines mais une seule comprise entre 0 et 10 : $\dfrac{5+5\sqrt{17}}{4}$. L'ensemble des x sont donc dans l'intervalle $\left[\dfrac{5+5\sqrt{17}}{4}; 10\right]$.

Exercice 4 : (4 points)

Voir le cours.