Durée 1 heure. Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Nom et prénom :

Exercice 1 : Équations et Inéquations (4 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(E1) : $x^2 - 2x = 0$ (E2) : $-2x^2 + 9x + 5 = 0$ (I1) : $-2x^2 + 3x + 2 > 0$

Exercice 2 : Questions de cours (4 points)

Soit u une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0.

(1) Donner la formule donnant : $\sum_{k=0}^{n} u_k$

(2) Démontrer cette formule.

(3) Calculer : $\sum_{k=0}^{20} (2k+5)$

Exercice 3 : Quelques exercices techniques (4 points)

(1) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 3 tel que $u_3 = 5$.

a. Exprimer u en fonction de n.

b. Déterminer $\sum_{k=3}^{25} u_k$

(2) Soit (v_n) une suite géométrique de raison 2 tel que $v_5 = 5$

a. Exprimer v en fonction de n

b. Déterminer $\sum_{k=5}^{15} v_k$

Exercice 4 : Étude d'une suite arithmético-géométrique (6 points)

La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{4} + 3$

Partie A : étude de la suite

(1) Calculer u_1, u_2, u_3. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?

(2) On pose pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 4$ Prouver que la suite (v_n) est géométrique.

(3) En déduire que $u_n = -\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$

Partie B : Calcul algébrique des 100 premiers termes

(1) Déterminer $\sum_{k=0}^{100} -\left(\frac{1}{4}\right)^k$

(2) En déduire $\sum_{k=0}^{100} u_k$

Partie C : Calcul de la somme par algorithme

Compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcul les 100 premiers termes de u.

```
U prend la valeur 3
S prend la valeur ...
Pour I variant de ... à ...
    U prend la valeur ...
    S prend la valeur ...
Fin Pour
Afficher le nombre ...
```

Exercice 5 : Questions ouvertes (2 points)

On considère la suite définie par : $u_0 = 1, u_1 = 2$ et $u_{n+2} = \frac{5}{2}u_{n+1} - \frac{3}{2}u_n$, pour tout entier n de $\mathbb{N}$.

(1) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$. Quel est le type de (v_n) ?

(2) En déduire l'expression de (u_n) en fonction de n.