

Durée 1 heure. Le barème est donné à titre indicatif.  
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

**Exercice 1 : Calculs de dérivées**

(5 points)

Pour chaque fonction  $f$ , déterminer son ensemble de dérivation puis sa dérivée.

(1)  $f(x) = 3x^2 + 5x - 5$

(3)  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 5}{x - 5}$

(2)  $f(x) = \sqrt{x}(2x + 3)$

(4)  $f(x) = \frac{13}{3x^2 + 2x + 5}$

**Exercice 2 : Démonstration de cours**

(4 points)

Soient les fonctions  $u$  et  $v$  dérivables sur le même intervalle  $I$ . Soient  $a$  et  $h$  deux nombres tels que  $a$  et  $a+h$  appartiennent à  $I$ .

- (1) Rappeler la définition du taux d'accroissement de  $u$  entre  $a$  et  $a+h$ .
- (2) Rappeler la définition du nombre dérivé de la fonction  $u$  en  $a$ .
- (3) Démontrer que  $(u+v)'(a) = u'(a) + v'(a)$ .

**Exercice 3 : Étude graphique d'une fonction**

(5 points)

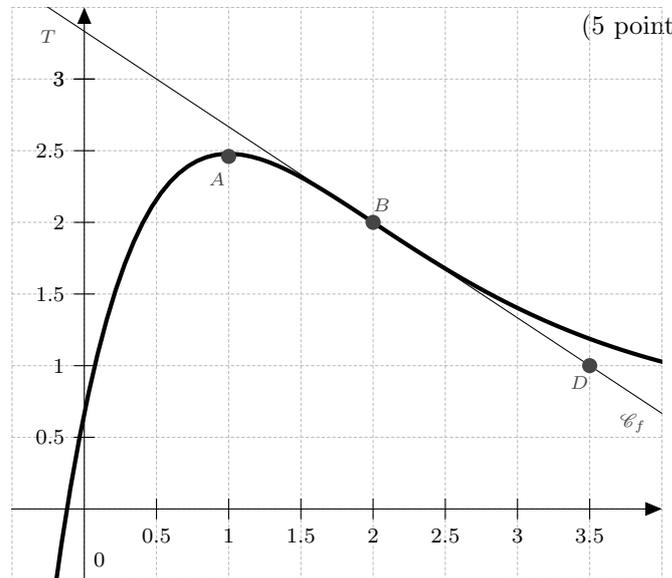
On considère une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-0.5; 4]$ .

La courbe  $\mathcal{C}_f$ , tracée ci-contre, représente la fonction  $f$  dans le plan muni d'un repère orthogonal.

La courbe  $\mathcal{C}_f$  passe par les points  $B(2; 2)$  et  $A$  d'abscisse 1. La tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $B$  passe par le point  $D(\frac{7}{2}; 1)$ .

En utilisant les données graphiques, déterminer :

- (1) le nombre de solutions sur l'intervalle  $[-0.5; 4]$  de l'équation  $f(x) = \frac{3}{2}$  et un encadrement d'amplitude 0,5 des solutions éventuelles;
- (2) les solutions de l'équation  $f'(x) = 0$ ;
- (3) l'équation réduite de  $T$ ;
- (4) la valeur de  $f'(2)$ ;
- (5) le tableau de signes de la dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-0.5; 4]$ ;

**Exercice 4 : Probabilité**

(4 points)

On suppose être dans une année bissextile (7 mois à 31 jours, 4 à 30 et 1 à 28), on choisit un mois de l'année au hasard et on considère la variable aléatoire  $X$  donnant le nombre d'heures écoulées pendant ce mois.

On considère la variable aléatoire  $Y = \frac{X}{24} - 30$

- (1) Quelles sont les valeurs prises par  $Y$  ?
- (2) Déterminer la loi de probabilité de  $Y$ .
- (3) Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de  $Y$ .
- (4) En déduire l'espérance, la variance et l'écart-type de  $X$ , et interpréter ces résultats.

**Exercice 5 : Question ouverte**

(2 points)

Sur son trajet habituel domicile-lieu de travail, une automobiliste rencontre deux feux tricolores.

On a pu évaluer qu'elle a :

- (1) Une chance sur trois d'être arrêtée au premier feu ;
- (2) Cinq chances sur douze d'être arrêtée au second feu ;
- (3) Une chance sur trois de passer les deux feux sans s'arrêter.

La durée du trajet si les feux sont au vert est de 9 minutes. Si elle s'arrête à un seul feu, elle perd 1,5 minutes. Si elle s'arrête aux deux feux, elle perd 2 minutes.

Quelle est la durée moyenne du trajet ?