Exercice 1 : Calculs de dérivées

Pour chaque fonction f, déterminer son ensemble de dérivation puis sa dérivée.

(1) $f'(x) = 6x + 5$ sur $\mathbb{R}$

(2) $f'(x) = \dfrac{6x+3}{2\sqrt{x}}$ sur $]0;+\infty[$

(3) $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 20x - 5}{(x-5)^2}$ sur $]-\infty;5[\cup]5;+\infty[$

(4) $f'(x) = -\dfrac{6x+2}{(3x^2+2x+5)^2}$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 2 : Démonstration de cours

Voir le cours

Exercice 3 : Étude graphique d'une fonction

(1) Il y a 2 solutions. Une comprise dans $[0;0{,}5]$ et l'autre dans $[2{,}5;3]$.

(2) $f'(x) = 0$ lorsque la tangente est parallèle à l'axe des abscisses. C'est le cas pour la tangente en A. La solution est donc 1.

(3) La droite passe par B et D, son coefficient directeur est donc $\dfrac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = -\dfrac{2}{3}$. Elle passe par B donc, l'équation réduite est : $y = -\frac{2}{3}(x-2) + 2 = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3}$

(4) On en déduit que $f'(2) = -\frac{2}{3}$.

(5)

x	$-0{,}5$		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

Exercice 4 : Probabilité

(1) X donne le nombre d'heures écoulées pendant un mois. $\dfrac{X}{24}$ donne donc le nombre de jours pendant ce mois. Les valeurs sont donc 28, 30 et 31 (selon l'énoncé). Y prend donc les valeurs -2, 0 et 1.

(2)

x_i	-2	0	1
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{12}$

(3) $E(Y) = -2 \times \frac{1}{12} + 0 \times \frac{1}{3} + \frac{7}{12} \times 1 = \frac{5}{12}$.
$V(Y) = \frac{1}{12}(-2 - \frac{5}{12})^2 + \frac{1}{3}(0 - \frac{5}{12})^2 + \frac{7}{12}(1 - \frac{5}{12})^2 = \frac{107}{144}$.
Donc $\sigma(Y) = \dfrac{\sqrt{107}}{12}$

(4) $E(Y) = \frac{1}{24}E(X) - 30$ donc $E(X) = (E(Y) + 30) \times 24 = 730$.
$V(X) = \dfrac{V(Y)}{a^2} = 428$.
$\sigma(X) = 2\sqrt{107}$
Dans une année non bissextile un mois pris au hasard dans l'année a en moyenne 730 heures.

Exercice 5 : Question ouverte

Fait en cours.