**Exercice 1 : Dérivées de fonction**

1. $f'(x) = -\frac{1}{x^2} - 2x$ sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
2. $h'(x) = -\dfrac{5}{(x+2)^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
3. $g'(x) = -\dfrac{12}{(2x-3)^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\}$

**Exercice 2 : Étude d'une fonction**

1. $f$ est définie sur $[0;+\infty[$ et dérivable sur $]0;+\infty[$
2. On pose $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = (-10x + 9x^2)$, on a $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ et $v' = -10 + 18x$.

   On a donc $f' = -\frac{2}{15}\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \times (-10x + 9x^2) + \sqrt{x} \times (-10 + 18x)\right) = -\frac{2}{15}\left(-5\sqrt{x} + \frac{9}{2}x\sqrt{x} - 10\sqrt{x} + 18x\sqrt{x}\right) = -\frac{2}{15}\left(-15\sqrt{x} + \frac{45}{2}x\sqrt{x}\right) = \sqrt{x}(2-3x)$.
3. $\sqrt{x} > 0$ sur $]0;+\infty[$, donc $f'$ est du signe de $2 - 3x$ :

| $x$ | $0$ | | $\frac{2}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $5$ | $\nearrow$ | $\frac{16\sqrt{2}}{45\sqrt{3}} + 5$ | $\searrow$ | |

4. $f(1) = \frac{92}{15}$ et $f'(1) = -1$ donc l'équation réduite de la tangente à $f$ en 1 est $y = -x + \frac{92}{15}$

**Exercice 3 : Courbe**

$f'(x) < 0$ lorsque $x < -2$ et $f'(x) > 0$ lorsque $x > -2$.

$f$ est donc strictement décroissante lorsque $x < -2$ et croissante lorsque $x > -2$. Les courbes 1 et 3 sont donc éliminées. La bonne courbe est donc la seconde

On peut aussi remarquer que $f'(0) = 2$ et que le coefficient directeur de la tangente en 0 n'est pas égal à 2 pour la troisième courbe.

**Exercice 4 : Étude d'une suite** 1.

Compléter le tableau ci-dessous (des colonnes peuvent rester vide).

Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

| **Test** $C < 400$ | | vrai | vrai | vrai | vrai | vrai | faux |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Valeur de** $C$ | 300 | 326 | 350 | 372 | 391 | 411 | |
| **Valeur de** $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |

(b) La valeur affichée est 5. On interprète qu'il faut attendre 2019 pour avoir plus de 400 colonies.

2. (a) Chaque année, l'apiculteur perd 8% de colonies, d'où le produit par 0,92. On ajoute ensuite 50 colonies ce qui explique l'ajout par 50

   (b) $V_{n+1} = C_{n+1} - 625 = 0{,}92C_n + 50 - 625 = 0{,}92C_n - 575 = 0{,}92(V_n + 625) - 575 = 0{,}92V_n + 575 - 575 = 0{,}92V_n$. $(V_n)$ est une suite géométrique de raison 0,92 et de premier terme $V_0 = C_0 - 625 = -325$

   (c) On a donc $V_n = -325 \times 0{,}92^n$ donc $C_n = V_n + 625 = -325 \times 0{,}92^n + 625$

   (d) En juillet 2024, l'apiculteur peut espérer $C_{10} \approx 484$ colonies

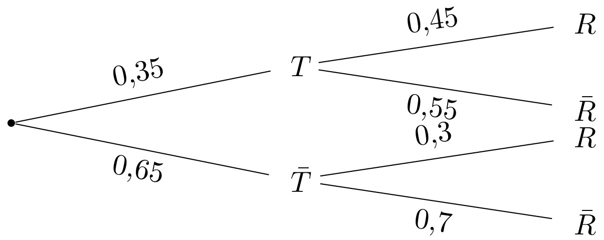
3. L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.

   (a) Doubler le nombre de colonies revient à avoir plus de 600 colonies. Il faut donc modifier $C < 400$ par $C < 600$.

   (b) Avec la calculatrice, on voit qu'il faut attendre 31 années.

## Exercice 5 : Étude d'une probabilité

### partie A




1.

2. $P(R) = P(T \cap R) + P(\bar{T} \cap R) = 0{,}1575 + 0{,}195 = 0{,}3525$. La probabilité que l'appartement soit rentables est bien 0,3525

3. Soit $x$ la probabilité qu'il soit de type $T_1$ ou $T_2$ sachant qu'il est rentable. On a $P(R \cap T) = x \times P(R)$ donc $x = \dfrac{P(R \cap T)}{P(R)} = \dfrac{0{,}1575}{0{,}3525} = \dfrac{21}{47}$.

### partie B

1. L'expérience consistant à prendre un appartement de est vérifier s'il est rentable est une épreuve de Bernoulli de succès « L'appartement est rentables »et de probabilité 0,3525

   On observe la répétition de 20 expériences identiques et indépendantes de cette expérience. $X$ est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès, $X$ suit donc la loi binomiale de paramètres 20 et 0,3525.

2. $P(X = 5) = \binom{20}{5} \times 0{,}3525^5(1 - 0{,}3525)^{15} = 15504 \times 0{,}3525^5(1 - 0{,}3525)^{15} \approx 0{,}12$ à $10^{-2}$ près.

3. $P(X \leqslant 19) = 1 - P(X = 20) = 1 - 0{,}3525^{20}$

4. $E(X) = 20 \times 0{,}2525 = 7{,}05$

### partie C

Soit $X$ la variable aléatoire qui compte le nombre d'appartements rentable dans un échantillon de 280 appartements, pour les mêmes raisons que tout à l'haute, $X$ suit la loi binomiale de paramètres 280 et 0,3525.

L'intervalle de fluctuation est $[\frac{152}{280}; \frac{184}{280}]$.

Si dans notre échantillon de taille 280, on observe que la fréquence $f$ n'appartient pas à cet intervalle, alors l'hypothèse que 60% des dossiers des appartements sont rentables est rejetée au seuil de risque de 5% sinon elle n'est pas rejetée.

Ici la fréquence d'appartements rentables est $\frac{120}{280}$. Cette fréquence n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation donc l'hypothèse que 60% des appartements sont rentables est rejetée au seuil de risque de 5%.

## Exercice 6 : Coefficients binomiaux

1. Pour tous entiers naturels $n$ et $k$, $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

2. $\binom{n}{k} + 2\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+2} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+2} = \binom{n+1}{k+1} + \binom{n+1}{k+2} = \binom{n+2}{k+2}$.

3. $\binom{6}{3} = \binom{4}{1} + 2\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 4 + 2 \times 6 + 4 = 20$

## Exercice 7 : Question ouverte 1

On a donc $np = 0{,}4$ et $np(1-p) = 0{,}6^2 = 0{,}36$ donc $1 - p = \frac{0{,}36}{0{,}4} = 0{,}9$ donc $p = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$ et $n = \frac{0{,}4}{0{,}1} = 4$

## Exercice 8 : Question ouverte 2

On remarque que la colonne de gauche va de + 19 puis +20. La cellule à gauche de 171 comporte donc 19 et la cellule à gauche de 190 comporte 20.

Il s'agit donc de la deuxième colonne du triangle de Pascal et de la 19ème ligne

$n$ vaut donc 19 et $k$ vaut 1.