Durée 2 heures. Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : Dérivées de fonction (10 minutes) (4 points)

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x) = (2x+3)\left(1+\frac{1}{x}\right)$
2. $h(x) = \frac{9+x^2-5}{5}$
3. $h(x) = \frac{5}{9+x^2-5}$

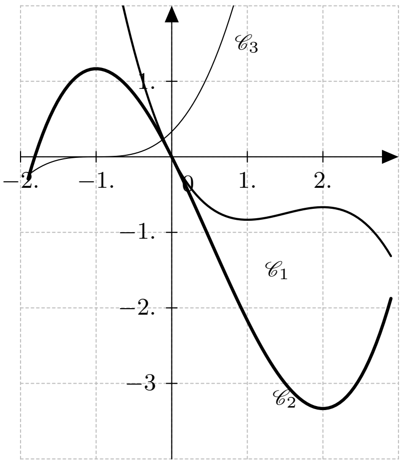
Exercice 2 : Étude d'une fonction (15 minutes) (5 points)

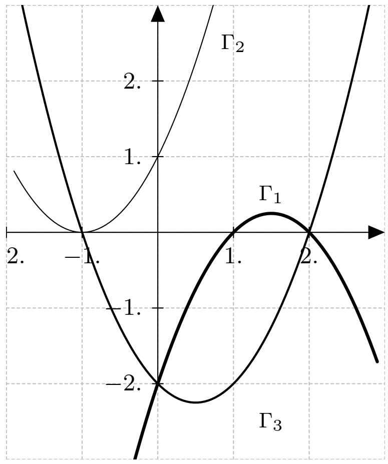
Soit f définie sur sur un intervalle I par : $f(x) = \dfrac{(x-1)\sqrt{x}}{x+1}$

1. Sur quel intervalle I est définie f ? Sur quel intervalle est-elle dérivable ?
2. Montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2+4x-1}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$.
3. Déterminer le tableau de variations de f sur I.
4. Quelle est l'équation réduite de la tangente de f en 1 ?

Exercice 3 : Courbes (10 minutes) (2 points)

On donne ci-dessous les courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ représentant trois fonctions définies et dérivables sur $\mathscr{R}$, ainsi que Γ_1, Γ_2 et Γ_3 représentant leur dérivée.





Associer en justifiant, les courbes par binôme.

Dans la suite de ce DS, $(O;\vec{i};\vec{j})$ **est un repère orthonormé du plan**.

Exercice 4 : R.O.C (10 minutes) (5 points)

Soient $\vec{u}\binom{x}{y}$ et $\vec{v}\binom{x'}{y'}$ deux vecteurs du plan

1. Rappeler la formule du produit scalaire $\vec{u}\cdot\vec{v}$ avec les normes.
2. Déduire de cette formule la formule avec les coordonnées.

Exercice 5 : Calcul d'un angle (5 minutes) (2 points)

On considère trois points $R(-1;-2)$, $S(5;-4)$ et $T(3;6)$.

1. Calculer $\overrightarrow{RS}\cdot\overrightarrow{RT}$, RS et RT.
2. En déduire une mesure de $\widehat{SRT}$ en degrés arrondie à 0,01 près.

Exercice 6 : Équations de droites remarquables d'un triangle (15 minutes) (5 points)

Soient les points $A(2;3)$, $B(-1;4)$ et $C(4;-1)$.

Donner une équation cartésienne des droites suivantes :

1. La médiatrice de $[AB]$.
2. La hauteur issue de B.
3. La tangente en C au cercle de diamètre $[BC]$

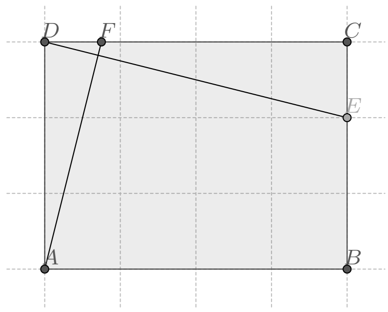
Exercice 7 : Étude de deux cercles (15 minutes) (5 points)

Soient les points $A(4;2)$, $B(-2;3)$.

1. Déterminer l'ensemble Γ_1 des points $M(x;y)$ vérifiants l'équation : $x^2+y^2-8x-4y+16=0$.
2. Déterminer une équation du cercle Γ_2 de diamètre $[AB]$.
3. Les Cercles $\mathscr{G}amma_1$ et $\mathscr{G}amme_2$ sont-ils sécants ? Si oui en quels points ?

Exercice 8 : Problème : Déterminer un point (20 minutes) (8 points)

On considère le rectangle $ABCD$ tel que $AB=4$ et $AD=3$ ci-contre avec $E\in[CB]$ tel que $EC=1$.



On cherche à déterminer où placer le point F de $[CD]$ tel que (DE) et (AF) soient perpendiculaires.

Pour cela, nous allons utiliser deux méthodes, l'une analytique, l'autre géométrique.

Partie A : Méthode analytique

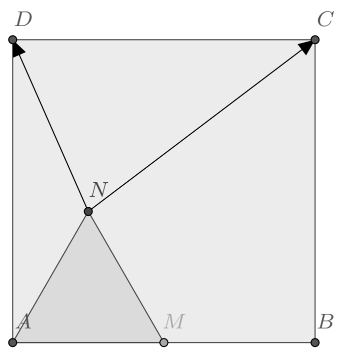
1. Donner les coordonnées de A, D et E dans le repère $\left(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$.
2. Soit $F(x;y)$. Donner une condition sur y pour que F appartiennent bien à (CD).
3. Justifier que $(DE)\perp(AF) \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ 4x-3=0 \end{cases}$
4. En déduire où placer F sur $[CD]$ pour que (DE) et (AF) soient perpendiculaires.

Partie B : Méthode géométrique

1. Montrer que $\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}\right)=4DF-3$.
2. En déduire que le point F de $[CD]$ tel que (DE) et (AF) soient perpendiculaires vérifie $DF=\frac{3}{4}$.

Exercice 9 : Question ouverte (15 minutes) (4 points)

$ABCD$ est un carré . Pour tout point M de $[AB]$, on construit le triangle équilatéral AMN.



Existe-t-il un point M tel que les vecteurs $\overrightarrow{NC}$ et $\overrightarrow{ND}$ soient orthogonaux ? Si oui, déterminer tous les points M possibles.