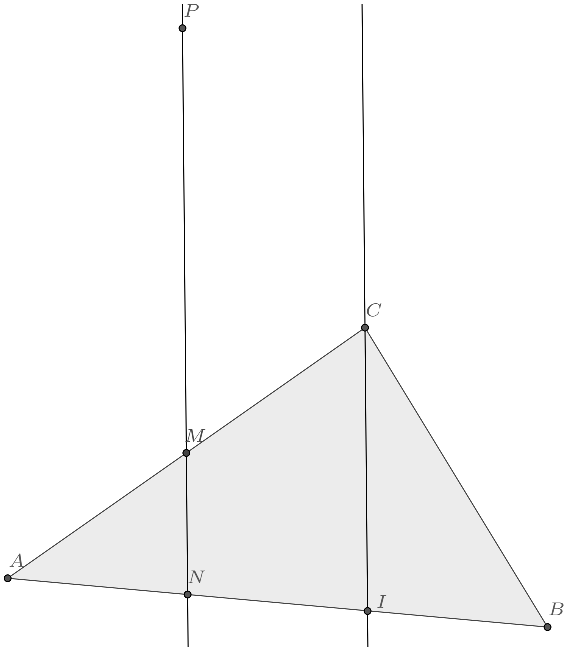
Exercice 119 p.338



(1)

(2) a. $M(0;\frac{1}{2})$ et $N(\frac{1}{3};0)$. Soit $P(x_p;y_P)$. De $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{BC}$ on déduit que $P(-1;2)$.

b. $\overrightarrow{MN}\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{2}\right)$ et $\overrightarrow{MP}\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. Donc $\overrightarrow{MP}\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{2}\right)$ et $\overrightarrow{MP}\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. $\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\times 1=0$ donc $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires et les points M, N et P sont alignés.

(3) a. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$.

b. On constate que $\overrightarrow{MP}=-3\overrightarrow{MN}$ donc M, N et P sont alignés.

(4) a. M est le milieu de $[AC]$ et (MN) est parallèle à (CI). Par la réciproque du théorème des milieux dans le triangle ACI, N est le milieu de $[AI]$.

b. N et I partagent $[AB]$ de telle sorte que $AN=\frac{1}{3}AB$ et $AI=\frac{2}{3}AB$ donc I est le milieu de $[BN]$.

c. C étant le milieu de $[BP]$ et I le milieu de $[NB]$, par un théorème des milieux dans BNP, (CI) est parallèle à (NP). On a donc (CI) parallèle à (PN) et (CI) parallèle à (MN) donc (MN) est parallèle à (PN). Les points M, N et P sont alignés.