Seconde 6 DST1 Correction 27 septembre 2014

Exercice 1 : (6 points)

Résoudre les équations suivantes :

(1) $S = \{2\}$

(2) $S = \{5; -6\}$

(3) $S = \{0; -1\}$

(4) Factorisation par 4 puis identité remarquable $S = \{1\}$

(5) Il faut développer $S = \{4\}$

(6) Identité remarquable puis facteur commun : $S = \{\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\}$

Exercice 2 : (6 points)

(1) $f(0) = -4$; $f(\sqrt{2}+1) = -3$ et $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{11}{4}$

(2) Il faut résoudre $f(x) = -4$, les antécédents sont 0 et 2.

(3) $(x-1)^2 - 5 = x^2 - 2x + 1 - 5 = x^2 - 2x - 4$

(4) $(x-1)^2 - 5 = 4$ est la même chose que $(x-1)^2 - 9 = 0$, c'est-à-dire $((x-1)-3)((x-1)+3) = 0$. Les antécédents de 4 sont donc 4 et -2.
$(x-1)^2 - 5 = -6$ est la même chose que $(x-1)^2 = -1$, -6 n'a donc pas d'antécédent par f.

Exercice 3 : (3 points)

(1) $f(0) = -2$, $f(-5) = -\frac{7}{6}$ et $f(-\frac{1}{2}) = -\frac{5}{3}$

(2) $x - 1 = 0$ lorsque $x = 1$, donc $f(1)$ n'existe pas. On a donc $D =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$.

Exercice 4 : (5 points)

(1) a. $A(0;3)$, $B(4;0)$, $C(7;4)$, $D(3;7)$, $E(-1;0)$, $F(-4;1)$ et $G(-3;4)$

b. $AB = \sqrt{9+16} = 5$, $BC = 5$, $CD = 5$ et $DA = 5$ donc $ABCD$ est un losange.
$AC^2 = 7^2 + 1 = 50 = AB^2 + BC^2$. Par la réciproque de Pythagore, ABC est donc rectangle en B. $ABCD$ est donc un carré.

(2) a. $O_1(\frac{x_G+x_E}{2}; \frac{y_G+y_E}{2})$ donc $O_1(-2;2)$. De même $O_2(3;5;3{,}5)$.

b. $OO_1^2 = 4 + 4 = 8$. $OO_2^2 = 12{,}25 + 12{,}25 = 24{,}5$ et $O_1O_2^2 = 32{,}5$, on a $OO_1^2 + OO_2^2 = O_1O_2^2$, en utilisant encore la réciproque de Pythagore, on en conclut que OO_1O_2 est rectangle en O.