Durée 1 heure. Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : (2 points)

Résoudre les équations suivantes :

(1) $2x+3=0$ (2) $x^2+x=0$ (3) $4x^2-8x=-4$

Exercice 2 : (4 points)

On se donne la fonction $f : x \mapsto 3x^2+12x+5$ définie sur $\mathbb{R}$:

(1) Donner le tableau de variations de f à l'aide de la calculatrice.

(2) Montrer que $f(x)=3(x+2)^2-7$

(3) Déterminer algébriquement le minimum de f.

(4) Donner les antécédents de 2 par f.

Exercice 3 : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $[-2;6]$ par $f : x \mapsto x^3-6x^2+x+13$

(1) Donner les valeurs à saisir dans la fenêtre de votre calculatrice pour obtenir une vision de la courbe optimale.

(2) Recopier puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous. (*Arrondir les valeurs au dixième*)

x	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2	$2{,}5$	3	$3{,}5$	4	$4{,}5$	5	$5{,}5$	6
$f(x)$																	

(3) Donner un tableau de variations de f

(4) Tracer la courbe de la fonction dans un repère adaptée.

(5) Déterminer graphiquement l'image de 1,25 par la fonction f. (Faire apparaître les traits de constructions sur le graphique)

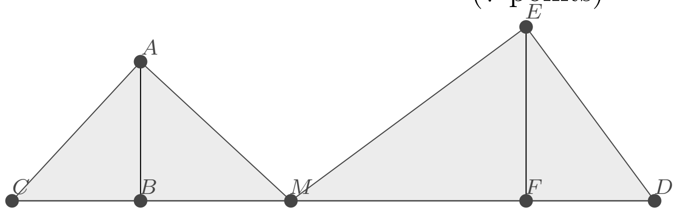
(6) Déterminer graphiquement le (ou les) antécédents de 9 (*on fera apparaître les traits de constructions et on arrondira à* 0,5 *près*)

(7) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x)=x+13$ (*on fera apparaître les traits de constructions et on arrondira à* 0,5 *près*)

(8) Résoudre algébriquement l'équation $f(x)=x+13$

Exercice 4 : (7 points)

Sur la figure suivante, M est un point quelconque du segment $[BF]$ de longueur 4cm.
On a prolongé de part et d'autre ce segment pour construire les points C et D situés respectivement à $1cm$ de B et de F.
B est le pied de la hauteur issue de A du triangle ACM rectangle en A.
F est le pied de la hauteur issue de E du triangle EDM rectangle en E.
On pose $BM = x$



Partie A

(1) En appliquant le théorème de Pythagore dans les triangles ABC et ABM, démontrer que :

$$AC^2 + AM^2 = 2AB^2 + BM^2 + 1.$$

(2) a. Quel est l'ensemble des valeurs possibles pour x ?

b. Montrer que :

$$AC^2 + AM^2 = x^2 + 2x + 1.$$

(3) Déduire des questions précédentes que $AB = \sqrt{x}$.
De la même manière, on admet que $EF = \sqrt{4 - x}$

Partie B

On désigne par $f(x)$ la somme des longueurs des segments $[AB]$ et $[EF]$. Le but de cette partie est de déterminer pour quelle valeur de x cette somme atteint son maximum.

(1) Exprimer, en fonction de x, la somme $f(x)$ des longueurs des segments $[AB]$ et $[EF]$.

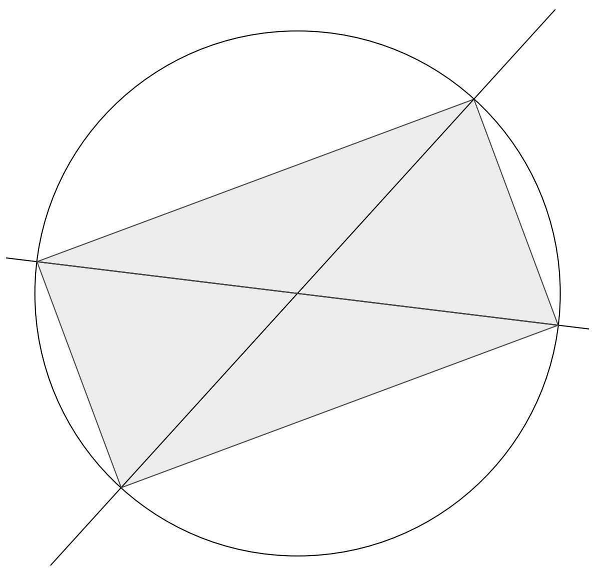
(2) a. Sur l'écran d'une calculatrice, afficher la représentation graphique de f. Indiquer les valeurs rentrées dans la fenêtre.

b. Déterminer graphiquement le maximum de la fonction f. Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 5 : (3 points)

Dans cette question toute preuve d'initiative sera valorisée

On a tracé ci-contre un cercle de rayon 1.



Comment choisir les dimensions du rectangle grisé pour que la somme des aires des surfaces non grisées soit égale à l'aire de la surface grisée ?

On pourra choisir un côté du rectangle comme variable et étudier l'aire du rectangle en fonction de cette variable