Exercice 1 :

(1) $S = \{-\frac{3}{2}\}$
(2) $S = \{0; -1\}$
(3) $S = \{1\}$

Exercice 2 :

(1) À l'aide de la calculatrice, on a :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
f		$\searrow$	-7	$\nearrow$	

(2) $3(x+2)^2 - 7 = 3(x^2+4x+4) - 7 = 3x^2 + 12x + 12 - 7 = 3x^2 + 12x + 5 = f(x)$

(3) Pour tout x, on a $(x+2)^2 \geqslant 0$ donc $3(x+2)^2 \geqslant 0$ et $f(x) = 3(x+2)^2 - 7 \geqslant -7$.
De plus $f(-2) = 3(-2+2)^2 - 7 = -7$. Donc -7 est le minimum de f sur $\mathbb{R}$.

(4) Résolvons $f(x) = 2$.
$3(x+2)^2 - 7 = 2$ est équivalent à $3(x+2)^2 - 9 = 0$ ou encore $3(x+2-\sqrt{3})(x+2+\sqrt{3}) = 0$. Les solutions de cette équation sont $-2+\sqrt{3}$ et $-2-\sqrt{3}$.
Les antécédents de 2 par f sont donc $-2+\sqrt{3}$ et $-2-\sqrt{3}$.

Exercice 3 :

(1) $x_{min} = -2$ $x_{max} = 6$, $y_{min} = -22$ et $y_{max} = 20$.

(2)

x	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2	$2{,}5$	3	$3{,}5$	4	$4{,}5$	5	$5{,}5$	6
$f(x)$	-21	$-5{,}4$	5	$10{,}9$	13	$12{,}1$	9	$4{,}4$	-1	$-6{,}4$	-11	$-14{,}1$	-15	$-12{,}9$	-7	$-3{,}4$	19

(3)

x	-2		$0{,}1$		$3{,}9$		6
f	-21	$\nearrow$	13	$\searrow$	-15	$\nearrow$	19

(4) Voir au verso

(5) Graphiquement, on remarque que $f(1{,}25) \approx 6{,}83$

(6) Graphiquement, on remarque que les antécédents de 9 sont $-0{,}7$, 1 et 5.7

(7) Graphiquement, on voit deux solutions 0 et 6

(8) Résolvons $f(x) = x + 13$.
Cette équation est équivalente à $x^3 - 6x^2 = 0$ ou encore $x^2(x-6) = 0$. Il y a deux solutions 6 et 0.

Exercice 4 :

Partie A

(1) ABC et ABM sont rectangle en B donc par le théorème de Pythagore, on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ et $AM^2 = AB^2 + BM^2$.
De plus, on sait que $BC = 1$, on a donc : $AC^2 + AM^2 = 2AB^2 + BM^2 + 1$

(2) a. M varie entre B et F donc BM varie entre 0 et $BF = 4$, x appartient donc à $[0; 4]$.
b. Le triangle est rectangle en A, donc par Pythagore, on a $AC^2 + AM^2 = CM^2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

(3) Des deux questions précédentes, on déduit que $2AB^2 + BM^2 + 1 = x^2 + 2x + 1$, on sait que $BM^2 = x^2$, on a donc $2AB^2 = x^2$ et $AB = \sqrt{x}$

Partie B

(1) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$

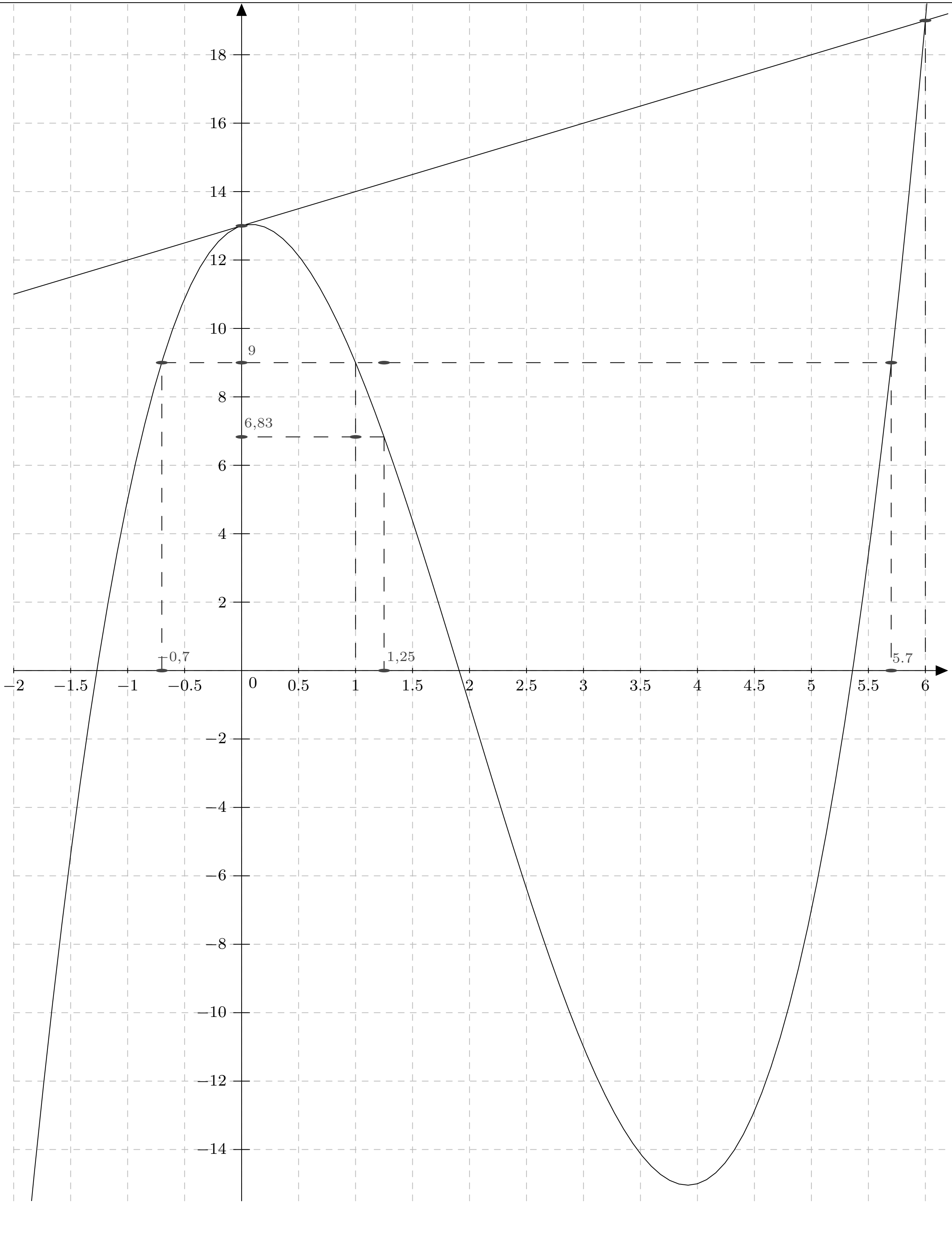
(2) a. Comme $x \in [0; 4]$, on a $x_{min} = 0$ et $x_{max} = 4$. Par tâtonnement, on peut prendre $y_{min} = 2$ et $y_{max} = 3$
b. Graphiquement, on conjecture que le maximum est 2,8 atteint en 2. ($f(2) = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, on peut donc conjecturer que le max est $2\sqrt{2}$)

Exercice 5 :

Soit x la largeur du rectangle, déterminons la longueur de ce rectangle. Les diagonales du rectangle sont des diamètres du cercle, donc elles sont égales à 2.
Soit y la longueur du rectangle, par Pythagore, on a donc : $x^2 + y^2 = 4$. Donc $y = \sqrt{4-x^2}$.
L'aire du rectangle est donc $x\sqrt{4-x^2}$.
L'aire du disque est $\pi r^2 = 4\pi$, l'aire de la partie non grisée est donc $4\pi - x\sqrt{4-x^2}$. On cherche donc à résoudre l'équation :

$$x\sqrt{4-x^2} = 4\pi - x\sqrt{4-x^2}.$$

On trace sur la calculatrice la courbe représentative de $x \mapsto 2x\sqrt{4-x^2} - 4\pi$.
Graphiquement, on trouve deux antécédents à 0. On sait que l'un correspond à la largeur et l'autre à la longueur, on prend donc l'antécédent le plus petit, c'est-à-dire environ 0,87.
Il faudrait donc prendre un rectangle de largeur 0.87 et de longueur 1,8


18
16
14
12
10
9
8
6,83
6
4
2
−0,7
1,25
5.7
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
−2
−4
−6
−8
−10
−12
−14