

Exercice 1 : Inéquations

Résoudre les inéquations suivantes :

(1) $S =]-\infty - 2] \cup [3; +\infty[$

(3) $S = [-5; +\infty[$

(2) $S =]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]\frac{3}{2}; +\infty[$

(4) $S =]-\infty; -4[\cup]3; +\infty[$

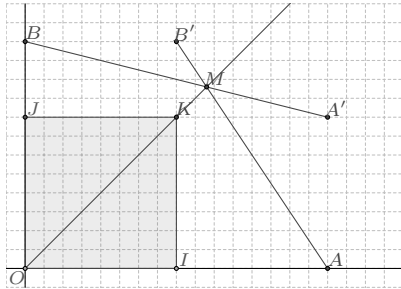
Exercice 2 : Une équation de droite

(1) Le coefficient directeur est : $\frac{5-1}{1-4} = -\frac{4}{3}$

(2) L'équation est du type $y = -\frac{4}{3}x + b$. Comme la droite passe par C , on a $4 = -\frac{4}{3} \times 4 + b$ donc $b = \frac{12+16}{3} = \frac{28}{3}$.
L'équation réduite de cette droite est $y = -\frac{4}{3}x + \frac{28}{3}$.

Exercice 3 : Problème avec des équations de droite

Le graphique est :



b) Les trois droites sont concourantes.

2) $K(1;1)$ et $A'(2;1)$.

3) En traçant cette droite, on remarque qu'il s'agit de la droite $(A'B)$.

Pour le démontrer, il suffit de vérifier qu'elle passe par A' et B .

Pour A' : $-\frac{1}{4} \times 2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1$, donc elle passe par A'

Pour B : $-\frac{1}{4} \times 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$, donc elle passe par B

4) Le coefficient directeur de AB' est : $\frac{1,5-0}{1-2} = -\frac{3}{2}$. L'ordonnée à l'origine b vérifie $0 = -\frac{3}{2} \times 2 + b$ donc $b = 3$.

L'équation réduite est donc : $y = -\frac{3}{2}x + 3$

5)

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \\ y = -\frac{3}{2}x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \\ \frac{5}{4}x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{4} \times \frac{6}{5} + \frac{3}{2} \\ x = \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{10} + \frac{3}{2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \\ x = \frac{6}{5} \end{cases}$$

On a donc $M(\frac{6}{5}; \frac{6}{5})$

6) $\frac{1,2-0}{1,2-0} = \frac{1-0}{1-0}$, les coefficients directeurs des droites (OM) et (OK) sont identiques, donc O, K et M sont alignés.

7) M est le point d'intersection de (AB') et $(A'B)$ et $M \in (OK)$ donc les trois droites sont concourantes.

Exercice 4 : Problème sur l'étude d'une fonction

(1) $-(x-10)^2 - 25 = -(x^2 - 20x + 100 - 25) = -x^2 + 20x - 75 = B(x)$

(2) $B(x) = 0 \Leftrightarrow -((x-10)^2 - 25) = 0 \Leftrightarrow -(x-10-5)(x-10+5) = -(x-15)(x-5) = 0$. Le bénéfice est nul pour une vente de 50 ou 150 pièces.

(3) $B(x) > 0 \Leftrightarrow -(x-15)(x-5) > 0$. Avec un tableau de signes, on a $S = [5; 15]$. Donc le bénéfice sera positif pour une vente de 50 à 150 pièces.

(4) Un bénéfice supérieur à 1600€ revient à calculer $B(x) > 16$

$$B(x) > 1600 \Leftrightarrow -((x-10)^2 - 25) > 16 \Leftrightarrow (x-10)^2 - 25 < -16 \Leftrightarrow (x-10)^2 - 3^2 < 0 \Leftrightarrow (x-13)(x-7) < 0$$

$S = [7; 13]$. L'artisan obtiendra ce bénéfice avec une vente comprise entre 70 et 130 pièces

Exercice 5 : Question ouverte

Soit x le nombre de modèle de *shortboard* et y le nombre de *longboard*.

Le nombre d'heures passé à les fabriquer est $6,5x + 8y$.

On souhaite donc trouver les couples $(x; y)$ tels que $6,5x + 8y < 49$ et $x + y$ soit maximal. On a $6,5x + 8y < 49 \Leftrightarrow y < -\frac{6,5}{8}x + \frac{49}{8}$. On trace avec la calculatrice la droite d'équation $y < -\frac{6,5}{8}x + \frac{49}{8}$. Plusieurs couples $(x; y)$ sont solutions : $(5; 2)$, $(6; 1)$ et $(7; 0)$.

L'entreprise peut donc construire 7 planches par jour. En produisant par exemple 5 *shortboard* et 2 *longboard*.