Exercice 1 : Équations et inéquations
(1) $S = \{0; -1\}$
(2) $S =]-\infty; 2[\cup]\frac{5}{2}; +\infty[$
(3) $S = [2; \frac{11}{2}]$

Exercice 2 : Statistique

(1) a. Sans difficulté.

b.

Note (x_i)	1	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Effectif (n_i)	1	1	1	2	5	5	8	7
Effectif cumulé	1	2	3	5	10	15	23	30
Fréquence	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{7}{30}$
Fréquence cumulée	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{23}{30}$	1

c. En utilisant la formule, on a $\bar{x} = 4$

d. Avec le tableau, on a $Q_1 = 3{,}5$, $M_e = 4{,}25$ et $Q_3 = 4{,}5$

(2) a. Sans difficulté.

b. On remarque que la classe 1 a un écart interquartile plus petits que la classe 2. La classe 1 est donc plus homogène.

Exercice 3 : Représentation analytique de vecteur

(1) a. On a $\overrightarrow{AB}\binom{8}{3}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{3}{1}$. $8 \times 1 - 3 \times 3 = -1 \neq 0$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

b. On en déduit que (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

(2) a. On a $\overrightarrow{EF}\binom{2}{-2}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{6}{-6}$. $2 \times (-6) - (-2) \times 6 = 0$ donc les vecteurs sont colinéaires.

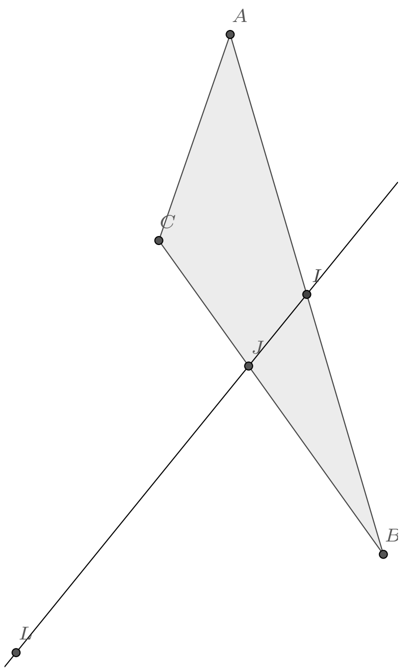
b. On en déduit que E, F, G sont alignés.

(3) Soit M un point de (AB) de coordonnées $(x; y)$.
$\overrightarrow{AB}\binom{8}{3}$ et $\overrightarrow{AM}\binom{x+3}{y-1}$.
A, B et M sont alignés donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires donc :
$8(y - 1) = 3(3 + x)$ et donc $y = \frac{3}{8}x + \frac{17}{8}$ est l'équation réduite de (AB)

(4) S'il existe x tel que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires alors $(x-3)(x+3)-(1+\sqrt{7})(1-\sqrt{7}) = 0$ c'est-à-dire $x^2-9-1+7 = x^2-3 = 0$ et donc $x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$
Oui, il existe un x vérifiant tel que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 4 : Démonstration vectorielle d'un alignement

(1)



(2) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AL} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{12}{5}\overrightarrow{AC}$

(3) On remarque que $\overrightarrow{JL} = 4\overrightarrow{IJ}$ donc I, J et L sont alignés.

Exercice 5 : Question ouverte

Avec la figure, on conjecture que $IJKL$ est un parallélogramme.
Montrons que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.
$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
$\overrightarrow{LK} = \overrightarrow{LD} + \overrightarrow{DK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
Donc les vecteurs sont égaux donc $IJKL$ est un parallélogramme.