Durée 115 minutes. Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

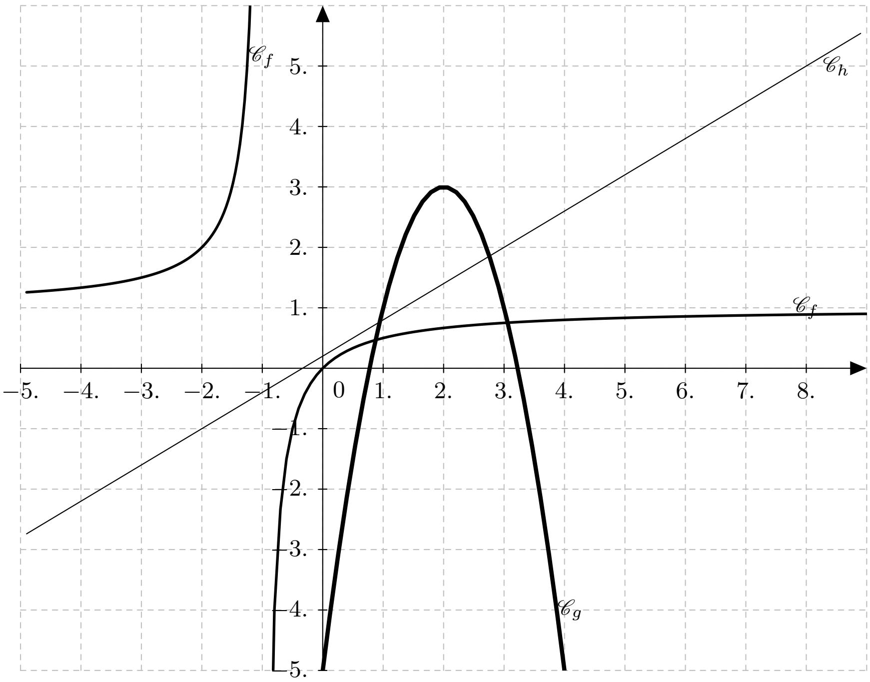
Exercice 1 : Cours (20 minutes) (7 points)

Partie A : Fonctions de référence Soit f, g les fonctions carré et inverse. Pour chaque fonction

1. Donner leur ensemble de définition.
2. Donner leur tableau de variations sur $\mathbb{R}$.
3. Les représenter schématiquement.
4. Comment se nomme leur courbe représentative.
5. Leur courbe vérifie-elle une symétrie ? Si oui donner cette symétrie.

Partie B : Reconnaître la courbe d'une fonction

On se donne 3 fonctions f, g et h représentées graphiquement par



1. Donner un nom à chaque fonction f, g et h.
2. Donner une expression algébrique pour chaque fonctions (*Même si vous n'arrivez pas à écrire entièrement l'expression, dites-tout ce que vous savez*).

Exercice 2 : Équations et inéquations (20 minutes) (6 points)

Résoudre :

1. $x^2 - x = 0$
2. $\dfrac{3x+5}{6x+2} = 0$
3. $\dfrac{3x+5}{6x+2} = \frac{1}{2}$
4. $(x-2)(2x+3) < 0$
5. $(2x-3)(-3x-5) \geqslant 0$
6. $-(2x-3)(x-5) + (x-5) > x^2 - 25$

Exercice 3 : Étude d'une fonction homographique (25 minutes) (8½ points)

Soit $f(x) = -2 + \dfrac{3}{-2x-5}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Montrer que f est une fonction homographique.
3. Calculer les images de 0 et de $\frac{1}{2}$
4. Le réel -2 a-t'il des antécédents par f ? Justifier.
5. a. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
   b. Justifier le sens de variation de f obtenu sur $]-\infty; -\frac{5}{2}[$
6. Représenter schématiquement f.
7. a. Quel est le centre de symétrie de l'hyperbole représentant f ?
   b. Démontrer ce résultat

Exercice 4 : Problème : Géométrie analytique (30 minutes) (9 points)

Sur l'annexe, dans un repère othonormal du plan, on a définit les points $A(2;1)$, $B(5;-1)$ et $C(4;3)$.

1. a. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB}$ puis le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
   b. Tracer la droite (DE) sur l'annexe et on appelle F le point d'intersection de (DE) et de (BC).
   c. Placer les points M_1, M_2 et M_3.
   d. Quelle conjecture peut on faire sur la position de ces points ?
2. a. Montrer que les points D et E ont pour coordonnées $D(-1;3)$ et $E(3;2)$.
   b. En déduire une équation de la droite (DE).
3. Montrer que $y = -4x + 19$ est l'équation réduite de la droite (BC).
4. En déduire les coordonnées de F l'intersection de (DE) et (BC).
5. Déterminer les coordonnées de M_1 et de M_2. On admet que M_3 a pour coordonnés $M_3\left(\frac{19}{6}; \frac{4}{3}\right)$.
6. Démontrer la conjecture faite à la question 1.

Exercice 5 : Problème : Fonctions (20 minutes) (6½ points)

Une entreprise produit des voitures. Le coût de x dizaines de voitures produits en un mois est donné, en centaines de milliers d'euros par $C(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x + 2$, pour x réel, $0 \leqslant x \leqslant 5$.

On a représenté cette fonction coût dans l'annexe.

Le prix de vente du produit est la somme d'un coût fixe (la livraison du produit) et d'un cout variable (dépendant du nombre de dizaines de voitures x achetés). On modélise ce prix de vente, en centaines de milliers d'euros, par $R(x) = \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$

On suppose que chaque voiture fabriquée est vendue.

1. a. Représenter graphiquement sur l'annexe la fonction R.
   b. Conjecturer à partir de combien de voitures fabriquées et vendues l'entreprise réalisera un bénéfice.
2. Le bénéfice est égal à la différence entre le prix de vente et le coût de production.
   Montrer que le bénéfice mensuel réalisé par la fabrication et la vente de x dizaines de voitures est égal à $B(x) = -\frac{1}{6}(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{3}{8}$.
3. a. Dresser le tableau de variations de B sur $[0;5]$.
   b. Pour combien de voitures fabriquées le bénéficie est-il maximal ?
4. a. Résoudre $B(x) = 0$
   b. Combien de voitures l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice.

Exercice 6 : Question ouverte (3 points)

Soit un segment $ABCD$. Le point E est le milieu du segment $[BC]$.

A' est le symétrique de A par rapport à B.

Déterminer les positions relatives de A', E et D.