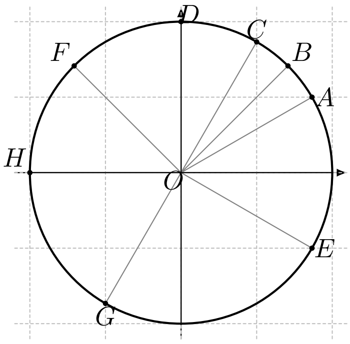
Durée 2h . Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : Inéquations

1. $S =]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$
2. $S =]-\infty;-\frac{2}{5}]\cup[12;+\infty[$
3. $S =]\frac{3}{2};\frac{5}{3}]$

Exercice 2 : Trigonométrie

1. a. Pour A : $\frac{\pi}{6}$. Pour B : $\frac{\pi}{4}$. Pour C : $\frac{\pi}{3}$.

   b. 

   c. Compléter le tableau ci-dessous :

x	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	5π
$\cos(x)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
$\sin(x)$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0

2. a. $S = \{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\}$ b. $S = \{\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\}$

Exercice 3 : Fonctions usuelles

Partie A : $f(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

1. Fonction affine
2. Une droite
3. f est strictement décroissante car le coefficient directeur est négatif.
4. Prendre les points $A(2;-1)$ et $B(-1;0)$

Partie B : $g(x) = 2x^2 - 12x + 13$

1. Polynôme du second degré.
2. Parabole.
3. $2(x-3)^2-5 = 2(x^2-6x+9)-5 = 2x^2-12x+18-5 = 2x^2-12x+13 = g(x)$
4. Parabole de sommet $(3;5)$, décroissante puis croissante et d'écart 2.
5. g est strictement décroissante jusqu'à 3 puis strictement croissante.

Partie C : $h(x) = -\dfrac{4x-7}{2x-1}$

1. fonction homographique.
2. hyperbole
3. Sur $]-\infty;\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$
4. $-2+\dfrac{5}{2x-1} = \dfrac{-2(2x-1)+5}{2x-1} = \dfrac{-4x+2+5}{2x-1} = \dfrac{-4x+7}{2x-1} = -\dfrac{4x-7}{2x-1}$.
5. Soient a et b tels que $a<b<-\frac{1}{2}$.
   $a<b<-\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a-1<2b-1<-2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} > \dfrac{5}{2a-1} > \dfrac{5}{2b-1}$ Car la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$.
   On a donc $-2+\dfrac{5}{2a-1} > -2+\dfrac{5}{2b-1}$.
   La fonction est donc strictement décroissante sur $]-\infty;-\frac{1}{2}[$
6. Il faut tracer les axes d'équations $y=-2$ et $x=\frac{1}{2}$, puis tracer la courbe décroissante puis décroissante.

Exercice 4 : Problème avec des fonctions

Partie A : Étude mathématique

1. $f(3) = \dfrac{10\times 3+1840}{3+4} = \dfrac{1870}{7}$
   $f\left(\frac{2}{7}\right) = \dfrac{10\times\frac{2}{7}+1840}{\frac{2}{7}+4} = \dfrac{\frac{20+12880}{7}}{\frac{2+28}{7}} = \dfrac{12900}{30} = 430$
   $g(3) = 2\times 9+16\times 3+22 = 88$
   $g\left(\frac{2}{7}\right) = 2\times\frac{4}{49}+16\times\frac{2}{7}+22 = \frac{8+224+1078}{49} = \frac{1310}{49}$
2.

x	0	1	1,5	2	3	5	7	9	10
$f(x)$	460	370	337	310	267	210	174	148	139

3. Voir votre calculatrice

4. a. $S =]2{,}4; 10]$ b. $S = \{3{,}5\}$ c. $S = \{6\}$ d. $S = [0; 6]$

5. $\dfrac{10x + 1840}{x + 4} < 300 \Leftrightarrow \dfrac{10x + 1840 - 300(x + 4)}{x + 4} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{-290x + 640}{x + 4} < 0$

   Avec un tableau de signes, on a $S =]-\infty; 4[\cup]\frac{64}{29}; +\infty]$

6. a. $2x^2 + 16x = 2(x + 4)^2 - 32$ donc $g(x) = 2(x + 4)^2 - 32 + 22 = 2(x + 4)^2 - 10$

   b. $g(x) = 100 \Leftrightarrow 2(x + 4)^2 - 10 = 100 \Leftrightarrow 2(x + 4)^2 - 110 = 0 \Leftrightarrow 2(x + 4 - \sqrt{55})(x + 4 + \sqrt{55}) = 0.$ $S = \left\{-4 + \sqrt{55}; -\sqrt{55} - 4\right\}$

Partie B : Modélisation

1. Au bout de 3 semaines il y a environ 267142 malades et 88000 vaccinés.

   Au bout de 2 jours, il y a 430000 malades et environ 26745 vaccinés

2. $f(0) = 460$, il y avait 460000 malades quand la campagne a commencée.

3. Plus il y a de vaccinés moins il y a de malades, ce qui est cohérent avec le fait que f est décroissante et g est croissante.

4. a. On a vu que pour $x \in [0; 10]$, $g(x) = 100 \Leftrightarrow x = \sqrt{55} - 4 \approx 3{,}4$. Il faut donc 3,4 semaines pour dépasser les 100000 vaccinées. En multipliant par 7, on trouve 24 jours.

   b. Sur $[0; 10]$, $f(x) < 300$ lorsque $x > \frac{64}{29}$. En multipliant par 7, on en déduit qu'il faut 16 jours pour avoir moins de 300000 malades.

   c. $f(x) < g(x)$ lorsque $x > 6$, il faut donc 42 jours.

5. $f(10) = \frac{970}{7}$ et $g(10) = 382$. $f(10) \times 3 \approx 415$. Donc le nombre de malade n'est pas trois plus petit que le nombre de vaccinés. Ce n'est donc pas un succès au bout de 10 jours.

Exercice 5 : Algorithme

1. $30 \times 1{,}2 = 36$ il y a donc eu 36 visio-conférences en 2009 et 44 en 2010

2. a. Compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de V	30	36	43	52	62	74	90
Valeur de N	0	1	2	3	4	5	6
Test V< 75	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux

   b. La valeur affichée est 6. Ça veut dire qu'il faut attendre 6 ans pour avoir plus de 75 viso-conférences dans l'année.

3.

VARIABLES :	N entier naturel et V nombre réel.
INITIALISATION :	V prend la valeur 30.
	N prend la valeur 0.
	S prend la valeur V
TRAITEMENT :	Tant que S< 1000
	V prend la valeur V×1,2.
	N prend la valeur N+1.
	S prend la valeur S+V.
	Fin Tant que
SORTIE :	Afficher N

Exercice 6 : Question ouverte

On se munit du repère $(A; B; D)$

$A(0; 0)$, $B(1; 0)$, $C(1; 1)$ et $D(0; 1)$. $AE = AB = 1$. L'abscisse de E est 0,5 car la hauteur et la médiatrice d'un triangle équilatéral sont confondues. L'ordonnée de E est la longueur de la hauteur du triangle. Par le théorème de Pythagore, si on appelle h cette longueur, on a :$h^2 + \frac{1}{2}^2 = AE^2 = 1$ et donc $h^2 = \frac{3}{4}$ et $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$. On a donc $E(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.
De la même façon, on montre que $F(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$. Pour montrer que D, E et F sont alignés, il suffit de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires.
On a $\overrightarrow{DE}\binom{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}$ et $\overrightarrow{DF}\binom{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}$. Et on a :

$$-\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - (\frac{\sqrt{3}}{2} + 1) \times (\frac{\sqrt{3}}{2} - 1) = -\frac{1}{4} - (\frac{3}{4} - 1) = 0.$$