**Exercice 1 :**

Dériver les fonctions suivantes sur $]0;+\infty[$ :

(1) $f(x) = 3\ln x + 2$

(2) $f(x) = (x+2)\ln x$

(3) $f(x) = 3(2x-5)\ln x - 7$

(4) $f(x) = \dfrac{5x+3}{\ln x - 5}$

**Exercice 2 :**

Résoudre les inéquations :

(1) $\ln x + 2 \geqslant 0$

(2) $2\ln x + 1 \leqslant$

(3) $(x-1)\ln x > 0$

(4) $\dfrac{\ln x(\ln x - 1)}{2x+3} < 0$

**Exercice 3 :**

Étudier les variations des fonctions suivantes :

(1) $f(x) = 5\ln x - 1$

(2) $f(x) = \ln x - x$

(3) $f(x) = 2x\ln x$

(4) $f(x) = \ln x - \exp(2x)$

**Exercice 4 :**

Soit la fonction $g$ définie sur $[1;10]$ par $g(x) = 2\ln x - 1$

**Partie A**

(1) Étudier les variations de $g$ sur $[1;10]$.

(2) Résoudre l'équation $g(x) = 0$ dans $[1;10]$.

(3) En déduire que $g(x) > 0$ si, et seulement si $x > \sqrt{e}$.

**Partie B**

Soit la fonction $f$ définie sur $[1;10]$ par $f(x) = 2x^2(\ln x - 1) + 2$.

(1) a. Montrer que pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[1;10]$ :

$$f'(x) = 2xg(x).$$

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[1;10]$ et en déduire le tableau de variations de $f$ sur $[1;10]$.

(2) a. Montrer que, dans l'intervalle $]1;10]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée $\alpha$.

b. Déterminer un encadrement d'amplitude $10^{-2}$ de $\alpha$.