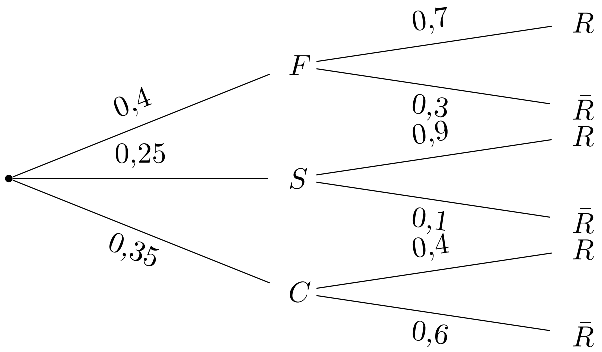
Exercice 1 : ....

1. Réponse d
2. Réponse c
3. Réponse b
4. Réponse a
5. Réponse d

Exercice 2 : ....

Partie A

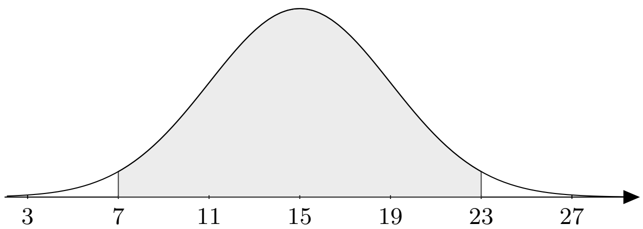
1. $P(F) = 0{,}4$ et $P_S(R) = 0{,}9$



2.

3. (a) $P(F \cap R) = P(F) \times P_F(R) = 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}28$.
   (b) Selon la formule des probabilités totales, on a : $P(R) = P(F \cap R) + P(S \cap R) + P(C \cap R) = 0{,}4 \times 0{,}7 + 0{,}25 \times 0{,}9 + 0{,}35 \times 0{,}4 = 0{,}645$.
4. Cette probabilité est $P_R(C) = \dfrac{P(R \cap C)}{P(R)} = \dfrac{0{,}35 \times 0{,}4}{0{,}645} \approx 0{,}217$.

Partie B



1.

2. (a) On a $P(7 < X < 23) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$.

   La probabilité que le montant total des pourboires reçus par le serveur soit compris entre 7 et 23 euros est environ 0,95

   (b) On a $P(X \geqslant 20) = \dfrac{1 - P(10 < X < 20)}{2} \approx 0{,}106$

Exercice 3 : ....

Partie A

1. (a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 12 = 0{,}9u_n + 1{,}2 - 12 = 0{,}9(v_n + 12) - 10{,}8 = 0{,}9v_n + 10{,}8 - 10{,}8 = 0{,}9v_n$.
   Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et de premier terme $v_0 = u_0 - 12 = -2$
   (b) Donc $v_n = -2 \times 0{,}9^n$.
   (c) Donc pour tout entier n, : $u_n = v_n + 12 = 12 - 2 \times 0{,}9^n$.
2. $0 < 0{,}9 < 1$, donc (v_n) converge vers 0. Donc $(u_n) = (v_n + 12)$ converge vers 12.
   $0 < 0{,}9 < 1$ et $-2 < 0$ donc (v_n) est strictement croissante. Donc $(u_n) = (v_n + 12)$ est strictement croissante.

Partie B

1. 10% des habitants s'en vont ce qui correspond à la multiplication par 0,9.
   Les 1200 nouveaux habitants correspondent au +1200.

2.

VARIABLES
a, i, n.
INITIALISATION
Choisir n
a prend la valeur 10
TRAITEMENT
Pour i allant de 1 à n,
a prend la valeur $0{,}9a + 1{,}2$.
SORTIE
Afficher $1000a$

3. (a) $12 - 2 \times 0{,}9^n > 11{,}5 \Leftrightarrow -2 \times 0{,}9^n > -0{,}5 \Leftrightarrow 0{,}9^n < 0{,}25 \Leftrightarrow \ln(0{,}9)n < \ln(0{,}25) \Leftrightarrow n > \dfrac{\ln(0{,}25)}{\ln(0{,}9)} \approx 13{,}2 \Leftrightarrow n \geqslant 14$.

   (b) La ville de Bellecité aura plus de 11500 habitants à partir de 2026.

Exercice 4 : ....

Partie A

1. On conjecture que f est strictement décroissante sur $[1; 30]$
2. La droite (BC) semble être une tangente à la courbe en A. L'équation de (BC) est $y = -\frac{9}{40}x + 4{,}5$.

Partie B

1. f est de la forme $\frac{u}{v}$.
   On pose $u(x) = \mathrm{e}^{0{,}1x} + 20$ et $v(x) = x$. On a $u'(x) = 0{,}1\mathrm{e}^{0{,}1x}$ et $v'(x) = 1$, donc
   $f'(x) = \dfrac{0{,}1\mathrm{e}^{0{,}1x}x - \mathrm{e}^{0{,}1x} - 20}{x^2} = \dfrac{(0{,}1x - 1)\mathrm{e}^{0{,}1x} - 20}{x^2}$.
2. (a) Dérivons g. On pose $u(x) = 0{,}1x - 1$ et $v(x) = \mathrm{e}^{0{,}1x}$, on a $u'(x) = 0{,}1$ et $v'(x) = 0{,}1\mathrm{e}^{0{,}1x}$, donc $g'(x) = 0{,}1\mathrm{e}^{0{,}1x} + (0{,}1x - 1) \times 0{,}1\mathrm{e}^{0{,}1x} = 0{,}01x\mathrm{e}^{0{,}1x}$.
   $\mathrm{e}^{0{,}1x} > 0$ et $x > 0$ pour $x \in [1; 30]$ donc $g'(x) > 0$ pour $x \in [1; 30]$. Donc g est strictement croissante sur $[1; 30]$.

   (b) g est continue sur $[1; 30]$, g est strictement croissante sur $[1; 30]$ et $g(1) \approx -21$ et $g(30) \approx 20$, donc selon le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires $g(x) = 0$ possède une unique solution α sur $[1; 30]$.

   (c) $g(25{,}5) \approx -0{,}15$ et $g(25{,}6) \approx 0{,}18$ donc $25{,}5 < \alpha < 25{,}6$.

   (d) On en déduit donc que $g'(x) < 0$ sur $[1; \alpha]$ et $g'(x) > 0$ sur $[\alpha; 30]$.
   $x^2 > 0$ donc g et f' ont le même signe.

x	1		α		30
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

   (a) On en déduit que f est strictement décroissante sur $[1; \alpha]$ et strictement croissante sur $[\alpha; 30]$.

   (b) Par calcul, on a $f'(10) = -\frac{1}{5}$ et $f(10) = \dfrac{\mathrm{e} + 20}{10}$ donc l'équation réduite de la tangente en 10 est $y = -\frac{1}{5}x + \dfrac{\mathrm{e}}{10} + 4$.

   (c) La fonction f semble décroissante graphiquement, mais on peut observer que la courbe semble stagner autour de $20 - 30$.
   Contrairement à ce qu'on croit voire, (BC) n'est pas la tangente de la courbe en A. Le coefficient directeur de (BC) est proche de celui de la tangente (-0,2 et -0,23), mais on peut observer que (BC) ne passe pas par A. $-0{,}23 \times 10 + 4{,}5 = 2{,}2$ alors que $f(10) \approx 2{,}27$.