

Durée 1 heure 30.

Le barème est donné à titre indicatif.

Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 :

(2 points)

Soit u une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme $u_0 = 5$.

- (1) Pour tout entier n exprimer u_n en fonction de n .
- (2) Calculer u_{10}

Exercice 2 :

(3 points)

Soit u une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_2 = 3$

- (1) Pour tout entier n supérieur à 2 exprimer u_n en fonction de n .
- (2) Calculer u_{10}
- (3) Calculer $u_2 + \dots + u_{10}$

Exercice 3 :

(3 points)

On se donne l'algorithme suivant :

<pre>A prend la valeur 0,5 S prend la valeur A Pour I variant de 1 à 10 A prend la valeur 0,3 × A + 5 S prend la valeur S + A Fin Pour Afficher le nombre S</pre>

- (1) Expliquer ce que calcule cet algorithme.
- (2) À l'aide de la calculatrice, donner l'affichage de cet algorithme.

Exercice 4 :

(12 points)

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total.

Pour l'ouverture prévue le 1^{er} janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.

On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1^{er} janvier de l'année $(2013+n)$.

On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. Combien d'ouvrages seront disponibles le 1^{er} janvier 2014 ? le 1^{er} janvier 2015
3. On propose, ci-dessous, un algorithme, en langage naturel.
Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

Variables :
U, N

Initialisation :
Mettre 42 dans U
Mettre 0 dans N

Traitement :
Tant que U < 100
 U prend la valeur $U \times 0,95 + 6$
 N prend la valeur $N + 1$
Fin du Tant que

Sortie
Afficher N.

4. À l'aide de votre calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.

On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1^{er} janvier de l'année $(2013+n)$.

1. Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.
2. On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0 = 42$.
On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier n , par $w_n = v_n - 80$.
Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0 .
3. Exprimer w_n en fonction de n puis v_n en fonction de n .
4. Donner le sens de variations de (w_n) puis celui de (v_n) .
5. (a) Déterminer la limite de (w_n) .
(b) En déduire la limite de (v_n) .
(c) Interpréter ce résultat.