

Durée 1 heure 30.  
Le barème est donné à titre indicatif.  
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

**Exercice 1 :**

(2 points)

- (1) On a  $u_n = 5 + 4n$
- (2) Donc  $u_{10} = 45$

**Exercice 2 :**

(3 points)

- (1) On a  $u_n = 3 \times 2^{n-2}$
- (2)  $u_{10} = 3 \times 2^8 = 768$
- (3)  $u_2 + \dots + u_{10} = 3 \frac{2^9 - 1}{2 - 1} = 1533$

**Exercice 3 :**

(3 points)

- (1) Cet algorithme calcule la somme des 10 premiers termes de la suite  $A$ .
- (2) Cet algorithme affiche 69,08 à  $10^{-2}$  près.

**Exercice 4 :**

(12 points)

**Partie A**

1.  $u_n$  le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $(2013 + n)$ . Chaque année 5 % des ouvrages sont supprimés, il reste donc  $(1 - \frac{5}{100}) \times u_n = 0,95 \times u_n$ .  
Elle achète 6 000 ouvrages neufs soit 6 milliers donc le nombre d'ouvrages devient  $0,95 \times u_n + 6$ .  
Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 6$ .
2. Cet algorithme détermine le plus petit entier naturel  $N$  tel que  $u_N > 100$ .
3. On note  $u_{26} \approx 99,445 < 100$  et  $u_{27} \approx 100,473 > 100$  donc la valeur de  $N$  affichée est  $\boxed{27}$ .

**Partie B**

1. Il faut modifier la 8<sup>ième</sup> ligne et l'algorithme devient :

Variables :  
U, N  
Initialisation :  
Mettre 42 dans U  
Mettre 0 dans N  
Traitement :  
Tant que U < 100  
U prend la valeur  $U \times 0,95 + 4$   
N prend la valeur  $N + 1$   
Fin du Tant que  
Sortie  
Afficher N.

**Remarque :** même si la suite s'appelle  $v$  on peut conserver la lettre U.

2. Pour tout entier naturel  $n$ ,  $w_n = v_n - 80$  donc  $v_n = w_n + 80$ .  
 $w_{n+1} = v_{n+1} - 80 = v_n \times 0,95 + 4 - 80 = (w_n + 80) \times 0,95 - 76 = 0,95 w_n + 76 - 76$  donc  $w_{n+1} = 0,95 w_n$ .  
De plus  $w_0 = v_0 - 80 = 42 - 80 = -38$ , donc la suite  $(w_n)$  est une suite géométrique de raison 0,95 et de premier terme  $w_0 = -38$ .
- 3.
4.  $0 < 0,95 < 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,95^n = 0$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$ .
5. Pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = w_n + 80$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 80$ .
6. Au bout d'un nombre assez grand d'années, le nombre d'ouvrages sera de 80 000. Notons que l'algorithme ci-dessus tourne sans fin puisque 100 est une valeur qu'on ne peut atteindre.