Durée 1 heure . Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

**Exercice 1 :** (2 points)

Simplifier les expressions suivantes :

(1) $A = 2^2 \times 2^3$ (2) $B = \frac{e^x \times e^2}{e}$ (3) $C = \sqrt{e} \times e^x$.

**Exercice 2 :** (3 points)

Soit $f$ définie par : $f(x) = (2x-1)e^x$

(1) Dériver $f$ sur $\mathbb{R}$

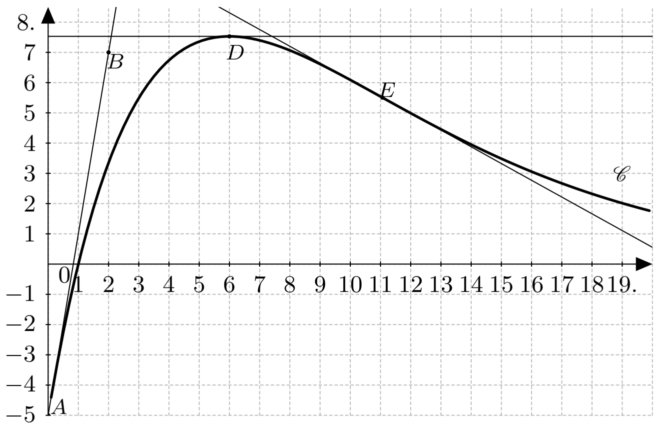
(2) Étudier les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$

**Exercice 3 :** (6 points)

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;20]$. On a tracé les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points A, D et E d'abscisses respectives 0 ; 6 et 11.

La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A$ passe par $A(0;-5)$ et $B(2;7)$.

On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.




Par lecture graphique (Justifier seulement si c'est demandé) :

1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.
2. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ passant par 0
3. Donner le signe de $f'$ sur $[0;6]$. Justifier.
4. Donner le signe de $f''$ sur $[0;6]$. Justifier.
5. Indiquer si la courbe $C$ admet un point d'inflexion. Si oui, préciser l'abscisse de ce point.

**Exercice 4 :** (9 points)

**Partie A**

La fonction $f$ est définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par : $f(x) = \dfrac{10x-10}{e^x}$.

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in [0\ ;\ 5]$.

*On admettra pour la suite de l'exercice que* $f'(x) = \dfrac{10(2-x)}{e^x}$ *et* $f''(x) = \dfrac{10(x-3)}{e^x}$

2. (a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\ ;\ 5]$.
   (b) Dresser le tableau de variations de $f$ sur $[0\ ;\ 5]$. En déduire que $f$ est strictement croissante sur $[0;2]$.
3. (a) Justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution $\alpha$ sur $[0\,;2]$.
   (b) Donner la valeur arrondie au millième de $\alpha$.
4. Étudier la convexité de $f$.

**Partie B**

Une entreprise fabrique $x$ centaines d'objets où $x$ appartient à $[0\,;5]$. La fonction $f$ des parties A et B modélise le bénéfice de l'entreprise en milliers d'euros, en supposant que toute la production est vendue.

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats précédents, et en admettant que l'équation $f(x) = 1$ admet une autre solution $\beta$ sur $[2\,;\ 5]$ dont la valeur arrondie au millième est 2,991.

1. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 1000 € ? (Arrondir à l'unité).
2. Pour combien d'objets vendus l'entreprise aura son bénéfice maximal ? Préciser ce bénéfice maximal. (Arrondir à l'euro près)
3. Nous appelons $B_M$ le bénéfice marginale de l'entreprise. On admet que $B_M$ correspond à la dérivée de $f$. Que peut-on dire du bénéfice marginale lorsque l'entreprise vend entre 200 et 500 objets ?