

Durée 1 heure . Le barème est donné à titre indicatif.
Le manque de soin et de clarté dans la rédaction sera pénalisé.

Exercice 1 : Calcul de primitive (6 points)

Pour chaque fonction suivante, déterminer une primitive F de f sur $[1; 5]$ puis la primitive G de f sur $[1; 5]$ tel que $G(3) = 1$

(1) $f(x) = x^2 - 5x + 3$

(2) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x}$

(3) $f(x) = e^{-0,5x}$

(4) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ (on pourra le réécrire comme $\frac{1}{x} \times \ln x$)

Exercice 2 : Problème (14 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont la courbe représentative C_f est tracée sur l'annexe dans un repère orthonormé.

Partie A

On suppose que f est de la forme $f(x) = (b - x)e^{ax}$ où a et b désignent deux constantes.

On sait que :

- Les points A(0; 2) et D(2; 0) appartiennent à la courbe C_f .
- La tangente à la courbe C_f au point A est parallèle à l'axe des abscisses.

On note f' la fonction dérivée de f , définie sur \mathbb{R} .

1. Par lecture graphique, indiquer les valeurs de $f(2)$ et $f'(0)$.
2. Calculer $f'(x)$.
3. En utilisant les questions précédentes, montrer que a et b sont solutions du système suivant :

$$\begin{cases} b - 2 & = & 0 \\ ab - 1 & = & 0 \end{cases}$$

4. Calculer a et b et donner l'expression de $f(x)$.

Partie B

On admet que $f(x) = (-x + 2)e^{0,5x}$.

1. (a) Hachurer sur le graphique le domaine du plan dont l'aire en unités d'aire est le nombre $\int_0^2 f(x) dx$
(b) Encadrer la valeur de l'intégrale $\int_0^2 f(x) dx$ par deux entiers pairs (on justifiera brièvement).
2. (a) On considère F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (-2x + 8)e^{0,5x}$.
Montrer que F est une primitive de la fonction f sur \mathbb{R} .
(b) Calculer la valeur exacte de $\int_0^2 f(x) dx$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
3. Quelle est la valeur moyenne de f sur $[0; 2]$?
4. On considère une autre primitive de f sur \mathbb{R} .
Parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 présentes dans l'annexe, une seule est la représentation graphique de G .
Déterminer la courbe qui convient et justifier la réponse.

Nom et Prénom :

Figure 1

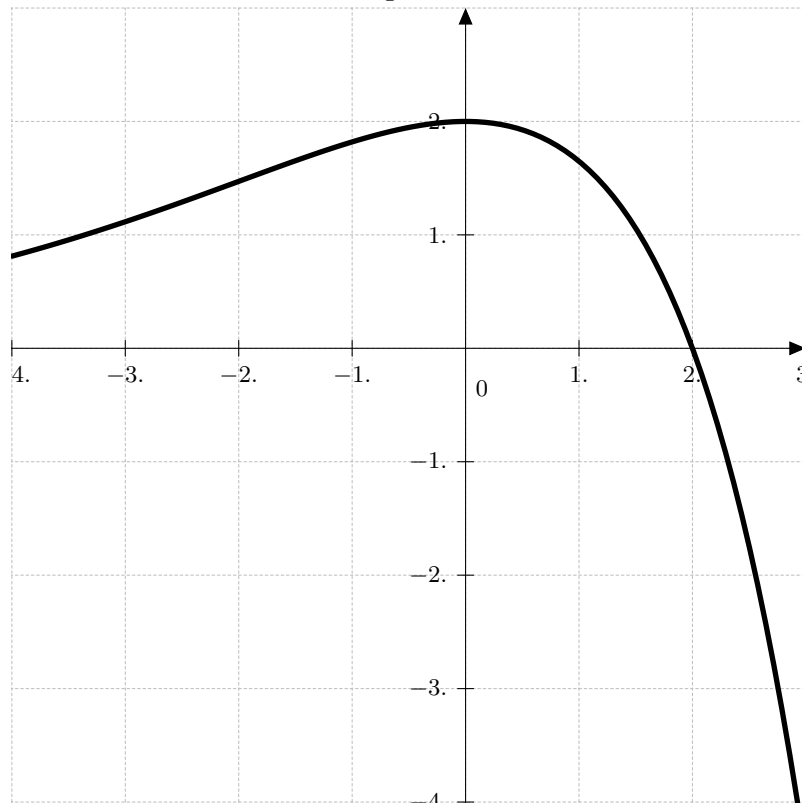


Figure 2

