Exercice 1 :

$ABCDEF$ est un prisme droit.

On a donc les plans (ABC) et (DEF) qui sont parallèles et les faces $ABED$, $ACFD$ et $BCFE$ sont des rectangles. On place I milieu de $[BE]$, J milieu de $[EF]$.

1. Placer K un point de l'arrête $[AB]$ pas trop proche de A et B.
2. a. Montrer que les droites (KI) et (DE) sont sécantes en un point que l'on appellera L

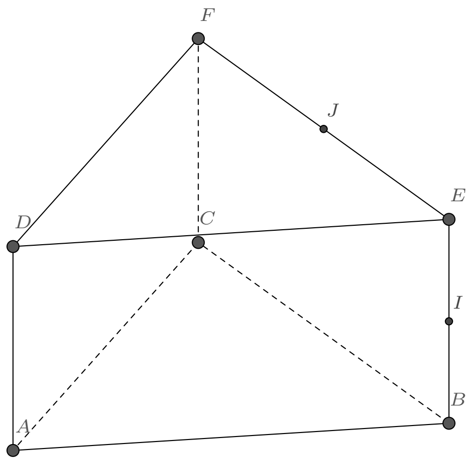
   b. Démontrer que les plans (IJK) et (DEF) sont sécants suivant la droite (JL).
3. On appelle Δ la droite d'intersection du plan (IJK) avec le plan (ABC).

   a. En utilisant le théorème d'incidence, montrer que Δ est parallèle à (JL).

   b. Tracer cette droite sur la figure.

   c. En déduire une construction de la section de prisme par le plan (IJK) (on tracera cette section en rouge).
4. a. Démontrer que (IJ) et (FB) sont parallèles.

   b. On appelle Δ' la droite d'intersection des plans (JID) et (FBD). Tracer cette droite sur la figure en justifiant.



Solution:

1. Voir figure

   a. K et I sont dans le plan (ADE) donc (KI) et (DE) sont coplanaires. Comme elles ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.

   b. $L \in (KI)$ donc $L \in (IJK)$ donc (JL) contenue dans le plan(IJK).
   $L \in (DE)$ donc $L \in (DEF)$. $J \in (EF)$ donc $J \in (DEF)$ donc (JL) est contenue dans le plan (DEF).
   (JL) est bien l'intersection des plans (IJK) et (DEF).

   a. (DEF) et (ABC) sont parallèles. (IJK) coupe (DEF) en (JL). Par la propriété d'incidence, (IJK) intersecte (DEF) suivant une parallèle à (JL).

   b. De plus K appartient à cette intersection. Δ est donc la parallèle à (JL) passant par K.

   c. Soit G l'intersection de Δ et (AC). Soit H l'intersection de (JL) et (DF). La section du prisme est le pentagone $HJIKG$.

   a. Dans le triangle BFE, I milieu de $[EB]$ et J milieu de $[EF]$. Par le théorème des milieux, $(IJ)//(BF)$.

   b. Les plans (JID) et (FBD) sont sécants en Δ'.

      1. (JI) est contenue dans (JID).
      2. (FB) est contenue dans (FBD).
      3. $(JI)//(FB)$

      Par le théorème du toit, (JID) et (FBD) se coupent en une droite parallèle à (FB).
      On sait de plus que $D \in \Delta'$.