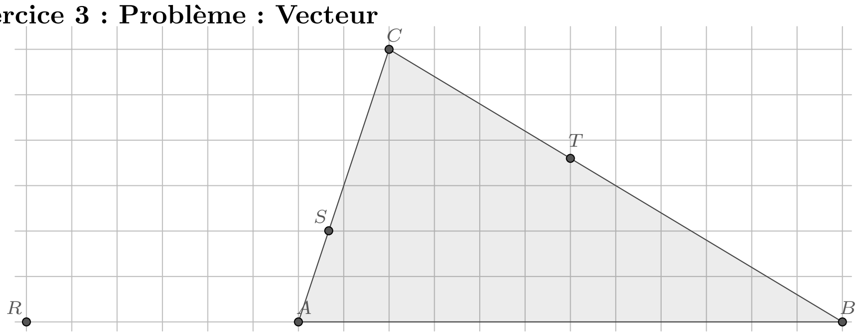
Exercice 1 : Inéquations

1. $S=]-\infty;-2]\cup[5;+\infty[$
2. $S=]1;\frac{5}{3}[$
3. $S=]-\infty;-2]\cup[-1;3]$
4. $S=]-\frac{3}{2};\frac{7}{8}[$

Exercice 2 : Exercices techniques : Vecteur

1. Soit $(x;y)$ les coordonnées de M. $\overrightarrow{AB}\binom{3}{4}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{4}{2}$ donc $\left(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)\binom{5}{5}$. De plus $\overrightarrow{AM}\binom{x-2}{y-3}$.
   On a donc $x-2=5$ et $y-3=5$ c'est-à-dire $x=7$ et $y=8$ donc $M(7;8)$
2. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $(x+1)\times 3-6\times 2x=0$ c'est-à-dire $3x+3-12x=0$ c'est-à-dire $-9x=-3$ c'est-à-dire $x=\frac{1}{3}$.
3. $\overrightarrow{AB}\binom{18}{8}$ et $\overrightarrow{DC}\binom{9}{4}$.
   $18\times 4-9*8=72-72=0$. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires donc (AB) et (DC) sont parallèles donc $ABCD$ est un trapèze.

Exercice 3 : Problème : Vecteur



Dans la suite, on se propose de démontrer que les points R, S et T sont alignés en utilisant deux méthodes

Partie A : Méthode analytique

1. $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(0;1)$, $S(0;\frac{1}{3})$ et $R(-\frac{1}{2};0)$
2. $\overrightarrow{BT}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AT}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{AT}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$. Donc $\overrightarrow{ST}(\frac{2}{5};\frac{3}{5})$
3. $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=\frac{9}{15}-\frac{5}{15}=\frac{4}{15}$ Donc $T\left(\frac{2}{5};\frac{4}{15}\right)$.
4. $\overrightarrow{SR}\binom{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{3}}$.
   $\frac{2}{5}\times-\frac{1}{3}-\frac{4}{15}\times-\frac{1}{2}=-\frac{2}{15}+\frac{2}{15}=0$. Donc $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{SR}$ sont colinéaires.
5. On en déduit que S, T et R sont donc alignés.

Partie B : Méthode géométrique

Dans cette partie, on utilise des égalités vectorielles, c'est-à-dire sans coordonnées.

1. $\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{RA}+\overrightarrow{AS}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
   $\overrightarrow{RT}=\overrightarrow{RA}+\overrightarrow{AT}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BT}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}=\frac{9}{10}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.
2. On a donc $\frac{9}{5}\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{RT}$. Les vecteurs sont colinéaires.
3. Les points R, S et T sont donc alignés.

Exercice 4 : Problème : Inéquation

Partie A : Étude d'une fonction

1. $-5\left((x-10)^2-36\right)=-5\left(x^2-20x+100-36\right)=-5x^2+100x-320$;
2. a. $(x-10)^2-36=(x-10-6)(x-10+6)=(x-16)(x-4)$
   b. $f(x)=-5(x-16)(x-4)$
3. Le tableau de signes de f devient :

x	∞		4		16		$+\infty$
$x-16$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-4$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Partie B : Application

1. Après 5 secondes, le projectile se trouve à une hauteur de $h(5)=375$.
2. Le projectile retombe au sol lorsque $h(t)=0$ et $t>0$. $-5t^2+100t=t(-5t+100)=0$ implique que $t=0$ ou $t=20$. Donc le projectile retombera au sol après 20 secondes.
3. On doit résoudre l'équation $h(t)\geqslant 320$, on remarque que $f(t)=h(x)-320$, avec la partie A, on sait que les solutions sont dans l'intervalle $[4;16]$
   On en conclut que l'objet sera au-dessus de 320m entre 4 et 16 secondes.