Exercice 1 : Lecture graphique d'une courbe

1. L'image de -1 est 2,5.
2. Les antécédents de -6 sont 0 et 3.
3.

x	-2		$1{,}5$		5
Variations de f	$2{,}5$	↘	-8	↗	$2{,}5$

4. $S = \{-1{,}5 ; 4{,}5\}$
5.

x	-2		$-1{,}5$		$4{,}5$		5
signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

6. $\mathcal{S} =]-0{,}5\,;3{,}5[$.
7. a. $g(0) = -6$ et $g(4{,}5) = 0$, donc on place les points de coordonnées $(0; -6)$ et $(4{,}5; 0)$. On trace la droite qui relie ces points.

   b. Voir intersection de la droite et de la courbe : $S = \{0; 4{,}5\}$
8. On sait que f est polynôme du second degré dont la parabole a comme sommet $(1{,}5; -8)$. Il existe donc a tq $f(x) = a(x - 1{,}5)^2 - 8$. De plus $f(0) = -6$ donc $a = \frac{8}{9}$. On a donc $f(x) = -\frac{8}{9}(x - 1{,}5)^2 - 8$.

Exercice 2 : Équations-Inéquations

Il faut rédiger et penser à faire les tableaux de variations pour les inéquations produits.

1. $S = \{0; -2\}$
2. $S = [\frac{3}{2}; 5]$
3. $S =]-\infty; \frac{7}{10}[\cup]\frac{3}{4}; +\infty[$

Exercice 3 : Lecture graphique d'équations de droite

Il faut bien penser à répondre aux deux questions et ne pas juste donner l'équation de droite.

1. $D_1 : -2$, $D_2 : \frac{2}{5}$ et D_3 n'a pas de coefficient directeur.
2. $D_1 : y = -2x - 2$, $D_2 : y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$ (ne peut être fait graphiquement), $D_3 : x = 3$

Exercice 4 : Géométrie analytique

1. L'abscisse est $\dfrac{-5 + (-2)}{2} = -\frac{7}{2}$ et l'ordonnée est $\dfrac{10 + 14}{2} = 12$.
2. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 25$.
3. a. $\overrightarrow{AB}\binom{3}{1}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{-9}{-12}$;

   b. $3 \times (-12) - (-9) \times 4 = -36 - (-36) = 0$

   c. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc les droites Les points A, B et C sont donc alignés
4. a. coeff. dir. de $(AB) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{4}{3}$

   coeff. dir. de $(AC) = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{-12}{-9} = \dfrac{4}{3}$

   b. On en déduit que A, B et C sont alignés donc les droites parallèles.
5. $ABDE$ est un parallélogramme ssi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$, càd ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ED}$ ont les mêmes coordonnées.

   On a $\overrightarrow{AB}\binom{3}{4}$ et $\overrightarrow{ED}\binom{-6-x_E}{13-y_E}$. D'où $3 = -6 - x_E$ et $4 = 13 - y_E$. On trouve $x_E = -9$ et $y_E = 9$, càd $E(-9\,;9)$.

Exercice 5 : Calculs et dessins sur le second degré

1. Il faut repérer les sommets ($(3; 2)$ pour f et $(-2; -1)$ pour g), l'orientation de la courbe, et penser que la parabole représentant f est plus serrée que celle représentant g
2. a. $h(x) = -3(x - 4)^2 + 1$

   b. $h(x) = -3(x^2 - 8x + 16) + 1 = -3x^2 + 24x + 47$, d'où $b = -24$ et $c = 47$

Exercice 6 : Problème sur le second degré

1. $f(0) = 5$, le pigeon a pris son envol à 5m
2. $-(x-2)^2 + 9 = -(x^2 - 4x + 4) + 9 = -x^2 + 4x - 4 + 9 = -x^2 + 4x + 5 = f(x)$
3.

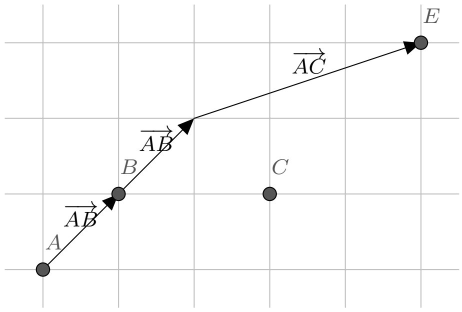
x	$-\infty$	2	$+\infty$
Variations de f	$\nearrow$	9	$\searrow$

4. Selon le tableau de variations, Le pigeon atteint une hauteur maximale de 9 mètres.
5. $f(x) = -(x-2)^2 + 9 = -\big((x-2)^2 - 9\big) = -\big((x-2) - 3\big)\big((x-2) + 3\big) = -(x-5)(x+1)$.
6. a. $f(x) = 0$ ssi $-(x-5)(x+1) = 0$ ssi $x - 5 = 0$ ou $x + 1 = 0$ ssi $x = 5$ ou $x = -1$. Les solutions sont 5 et -1

   b. Comme dans le problème, une abscisse négative n'a pas de sens, on ne retient que la solution positive. On en déduit que le pigeon se pose au sol à 5 mètres de l'arbre.
7. On cherche la ou les valeurs de x telles que $f(x) = 2 + 1 = 3$. On utilise la forme canonique $-(x-2)^2 + 9 = 3$ ssi $(x-2)^2 - 6 = 0$ ssi $(x - 2 - \sqrt{6})(x - 2 + \sqrt{6}) = 0$ ssi $x = 2 + \sqrt{6} \simeq 4{,}44$ ou $x = 2 - \sqrt{6} = -0{,}44$.

   Le petit garçon doit se placer à 4,4 mètres de l'arbre.

Exercice 7 : Vecteurs sans coordonnées

1. 

2. On conjecture que les droites (CE) et (AB) sont paralléles.
3. D'après la relation de Chasles, on a $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}$. On utilise l'égalité donnée dans l'énoncé, et on en déduit : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0} + 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$.
4. Les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires (car l'un est multiple de l'autre), donc les droites (CE) et (AB) sont parallèles.

Exercice 8 : Prise d'initiative

1. Par le calcul, la médiane est de 333 et la moyenne de $\dfrac{279 + 315 + 333 + 360 + 493}{5} = \dfrac{1780}{5} = 356$.

   On cherche donc x et y tels que $\dfrac{1780 + x + y}{7} = 354$, d'où $x + y = 698$.

   Pour répondre à la question, il suffit de prendre $x \leqslant 333$ et $y = 698 - x$ (on aura forcément $y \geqslant 333$).

   Par exemple, $x = 330$ et $y = 368$ sont deux valeurs possibles.
2. En tâtonnant, on s'aperçoit que le minimum et le maximum sont forcément les 2 nouvelles valeurs que l'on doit déterminer. Pour avoir une étendue de 300, on impose donc $y - x = 300$ (en plus de $x + y = 698$). On a donc un petit système de deux équations à deux inconnues avec une unique solution. On trouve $y = 499$ et $x = 199$.

   On peut à nouveau vérifier que tout colle. Pour la série $199 ; 279 ; 315 ; 333 ; 360 ; 493 ; 499$, on a bien une médiane de 333, une moyenne de 354, et une étendue de 300.