Exercice 1 : Questions de cours : Fonction inverse (0 points)

1. L'ensemble de définition est $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$
2. $f(x)=\frac{1}{x}$
3. f est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$ et strictement décroissante sur $]0;+\infty[$ (on attend un tableau de variations).
4. La courbe est une hyperbole.
5. Cette courbe est symétrique par rapport à l'origine.

Exercice 2 : Reconnaissance d'une courbe (0 points)On trace les droites d'équations $x=-2$ et $y=2$. La fonction est décroissante et décroissante.

Il existe donc λ un réel positif tel que $f(x)=2+\dfrac{\lambda}{x+2}$

On remarque graphiquement que $f(1)=3$, d'autre part $f(1)=2+\dfrac{\lambda}{1+2}=2+\dfrac{\lambda}{3}$.

On a donc $1=\dfrac{\lambda}{3}$ c'est-à-dire $\lambda=3$. On a alors : $\boxed{f(x)=2+\dfrac{3}{x+2}.}$

Exercice 3 : Position dans l'espace (0 points)

1. a. $(AB)//(HG)$.
   b. (AF) et (BG) non coplanaires.
   c. (BK) et (CG) sécantes en G.
   d. (EF) et (ADH) sécante en E.
   e. (EF) et (ABG) sont parallèles.
   f. (AK) et (EFG) sont sécantes en un point sur (HG).
   g. (EFG) et (ABC) sont parallèles.
   h. (ABK) et (CDH) sont sécantes en (HG)
   i. (DBK) et (EFG) sont sécantes en une droite passant par G et parallèle à (DB).
2. On se place dans le triangle ADB. J milieu de $[AD]$ et L milieu de $[AB]$ donc par le théorème des milieux. $(JL)//(DB)$. $EFGH$ et $ABCD$ sont deux carrés parallèles dans un cube leur diagonale sont donc parallèle, donc $(HF)//(DB)$. Par transition, on en conclut que $(JL)//(HF)$.

Exercice 4 : Étude d'une fonction homographique (0 points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{-3x+10}{x-5}$

1. f est définie sur $\boxed{]-\infty;5[\cup]5;+\infty}$
2. $f(6)=\dfrac{-3\times 6+10}{6-5}=\boxed{-8}$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)=\dfrac{-\frac{3}{2}+10}{\frac{1}{2}-5}=\boxed{\dfrac{-17}{9}}$
3. Résoudre les équations suivantes :

   E1 Pour $x\neq 5$, $f(x)=0$ ssi $-3x+10=0$ ssi $x=\dfrac{10}{3}$. $\boxed{S=\left\{\frac{10}{3}\right\}}$

   E2 Pour $x\neq 5$, $f(x)=2$ ssi $\dfrac{-3x+10}{x-5}-\dfrac{2x-10}{x-5}=0$ ssi $\dfrac{-5x+20}{x-5}=0$ ssi $-5x+20=0$ ssi $x=4$. $\boxed{S=\{4\}}$

   E3 Pour $x\neq 5$, $f(x)=-3$ ssi $\dfrac{-3x+10}{x-5}+\dfrac{3x-15}{x-5}=0$ ssi $\dfrac{-5}{x-5}=0$ $\boxed{\text{Il n'y a pas de solution.}}$

   E4 Pour $x\neq 5$, $f(x)=-3x-2$ ssi $\dfrac{-3x+10}{x-5}+(3x+2)(x-5)x-5=0$ ssi $\dfrac{-3x+10+3x^2+2x-15x-10}{x-5}=0$ ssi $\dfrac{3x^2-16x}{x-5}=0$ ssi $x(3x-16)=0$: $\boxed{S=\left\{0;\frac{16}{3}\right\}}$

4. $-3+\dfrac{-5}{x-5}=\dfrac{-3(x-5)-5}{x-5}=\dfrac{-3x+15-5}{x-5}=\dfrac{-3x+10}{x-5}=f(x)$. On vient de mettre f sous forme canonique. Au début f était sous forme réduite.
5. Il faut tracer les droites d'équations $x=5$ et $y=-3$ puis tracer une hyperbole sachant que f est croissante et croissante.
6. $a>b>5$ ssi $a-5>b-5>0$ ssi $\dfrac{1}{a-5}<\dfrac{1}{b-5}$ (car la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$) ssi $\dfrac{-5}{a-5}>\dfrac{-5}{b-5}$ ssi $-3+\dfrac{-5}{a-5}>-3+\dfrac{-5}{b-5}$.
   On a bien $a>b>5$ ssi $f(a)>f(b)$.
   $\boxed{\text{On vient de démontrer que } f \text{ est strictement croissante sur }]0;+\infty[}$

Exercice 5 : Problème (0 points)

1. Il s'agit d'une pyramide à base carré
2. On calcule l'aire du carré : $9\times 9=81$ c'est-à-dire 81cm^2 puis le volume est donnée par la formule $V=\dfrac{1}{3}\times B\times h=\dfrac{81\times 12}{3}=324$.
   $\boxed{\text{Le volume du tétraèdre est donc } 324\text{cm}^3}$.
3. Appelons x la distance AM
   Calculons l'aire du carré $MNPQ$, pour cela calculons MN.
   $(MN)//(AB)$ (Car la surface de l'eau est plate) donc par Thalès appliqué dans le triangle SAB, $\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{SM}{AS}=\dfrac{SN}{SB}$. Donc $MN=AB\times\dfrac{SM}{AS}=9\times\dfrac{(12-x)}{12}=\dfrac{3(12-x)}{4}$.

   L'aire du carré est donc $\dfrac{9(12-x)^2}{16}$.

   Le volume de $MNPS$ est donné par $\dfrac{9(12-x)^2}{16}\times(12-x)\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{3(12-x)^3)}{16}$.
   On souhaite que $2\times V_{MNPQS}=V_{ABCDS}$ On cherche donc à résoudre $\dfrac{3(12-x)^3)}{8}=324$ c'est-à-dire $(12-x)^3=864$. On trace la fonction $g: x\mapsto(12-x)^3-864$ à la calculatrice, on cherche α tel que $g(\alpha)=0$, on trouve une solution approximative $\alpha\approx 2{,}48$ à 10^{-2} près.
   $\boxed{\text{Il faut donc mettre } M \text{ à environ 2,48 cm de } A.}$