Exercice 1 : Cours

Partie A : Fonctions de référence Voir le cours.

Partie B : Reconnaître la courbe d'une fonction

1. f est une fonction homographique, g est une fonction polynôme du second degré et h est une fonction affine.
2. f est délimitée par les droites d'équations $y = 1$ et $x = -1$ donc est la forme $f(x) = 1 + \lambda\dfrac{1}{x+1}$. De plus $f(0) = 0$ donc $1 + \lambda = 0$ donc $\lambda = -1$. On a donc $f(x) = 1 - \dfrac{1}{1+x}$.
   g a comme maximum $(2; 3)$ et $g(3) = 1$ donc le coefficient dominant est -2 donc $g(x) = -2(x-2)^2 + 3$.
   $\mathscr{C}_h$ passe par les points de coordonnées $(8; 5)$ et $(-2; -1)$ donc le coefficient directeur de la droite est $\dfrac{5+1}{10} = \frac{3}{5}$. On a donc $h(x) = \frac{3}{5}x + b$. $h(-2) = -1$ donc $b = \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$. Donc $h(x) = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$

Exercice 2 : Équations-Inéquations

1. $S =]0; 2[$
2. $S =]\frac{3}{7}; \frac{7}{2}]$
3. $\dfrac{4x+5}{x+7} \geqslant 4$ ssi $\dfrac{-23}{x+7} \geqslant 0$: $S = \ ]-\infty; -7[$
4. a. $2(x-3)^2 - 8 = 2x^2 - 12x + 18 - 8 = 2x^2 - 12x + 10 = f(x)$
   b. $f(x) = 0$ ssi $2(x-3)^2 - 8 = 0$ ssi $(x-3)^2 - 2^2 = 0$ ssi $(x-5)(x-1) = 0$.
   $S = \{1; 5\}$

Exercice 3 : Probabilité

1. l'événement : « la personne boit du soda et du jus de fruit »s'écrit $A \cap B$.
   D'après l'énoncé, $P(A \cap B) = 0{,}2$.
2. $A \cup B$: « La personne boit du soda ou du jus de fruit ». $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}9$
3. « La personne boit aucune de ces deux boissons »et l'événement contraire de $A \cup B$.
   La probabilité est donc $1 - P(A \cup B) = 0{,}1$.

Exercice 4 : Trigonométrie

1. a. A est l'image de $-\frac{\pi}{6}$, B est l'image de $\frac{3\pi}{4}$, et C est l'image de $\frac{-2\pi}{3}$
   b. Voir fin de la correction
2. Résoudre dans $[0; 2\pi[$:
   a. $S = \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\}$
   b. $2\sin(x) + \sqrt{2} = 0$ ssi $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. $S = \left\{\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$

Exercice 5 : Section d'un cube (20 minutes)

1. Il s'agit des droites (IJ) et (KJ).
2. $I \in (IJK)$ et $L \in (JK)$ donc $L \in (IJK)$.
   De plus $I \in (HDC)$ et $L \in (HD)$ donc $L \in (HDC)$. Les plans (IJK) et (HDC) sont donc sécants en (IL).
   Soit O l'intersection de cette droite avec (BC).
3. Les faces $[ABFE]$ et $[DCGH]$ sont parallèles. (IJK) coupe (DCG) en (IL). Par la propriété d'incidence, (IJK) coupe (ABE) en une droite parallèle å (IL).
   K appartenant aux deux plans, on trace la droite passant par K. Soit M l'intersection de cette droite avec (AB)
4. a. Dans le triangle EHG, I est le milieu de $[HG]$ et J milieu de $[EH]$, par le théorème des milieux, on en déduit que $(IJ)//(EG)$. Comme les diagonales de faces opposées sont parallèles, $(EG)//(AC)$ donc $(IJ)//(AC)$.
   b. (IJK) et (ABC) sont sécants car M appartient à l'intersection.
      — (IJ) appartient à (IJK) ;
      — (AC) appartient à (ABC) ;
      — $(IJ)//(AC)$.

Par le théorème du toit, l'intersection de (IJK) et (ABC) est parallèle a (IJ).
Cette droite passe par M. Soit N l'intersection de cette droite et de (BC).

5. La section est le polygone $[IJKMNO]$.
Voir fin de la correction

Exercice 6 : Algorithme 1.

Au bout d'un an le taux d'interre rapporte $1000 \times 0{,}02 = 20$ euros.
Puis on rajoute 2400 euros, ce qui fait $1000 + 20 + 2400 = 3420$ euros.

2. (a) Pour $N = 5$, on remplit le tableau avec les valeurs données par l'algorithme 1 :

valeur de i	xxx	1	2	3	4	5
valeur de U	1 000	3 420	5 888,40	8 406,17	10 974,29	13 593,78

(b) La valeur affichée par l'algorithme 1 pour $N = 5$ est 13 593,78 ; c'est le montant du capital obtenu après versement annuel le 1[er] janvier $2010 + 5$ soit 2015.
Comment s'interprète cet affichage ?

(c)
- Dans l'algorithme 2, on affecte 1 000 à U à l'intérieur de la boucle « pour » ; l'algorithme donnera donc toujours comme résultat $1{,}02 \times 1\,000 + 2400 = 3\,420$, quelle que soit la valeur de N entrée.
- Dans l'algorithme 3, on modifie la valeur de N à chaque tour de boucle ; cet algorithme ne s'arrêtera jamais.

Exercice 7 : Question ouverte

Si $a = 1$, alors pour que $f(3) = 3$, il faut que $b = \dfrac{3-9}{3} = -2$.
Si $a = 2$, alors pour que $f(3) = 3$, il faut que $b = \dfrac{3-2\times 9}{3} = -5$.
Il n'y a donc que deux couples possibles pour a et b.
Le nombre de couples possibles pour a et b est $2 \times 4 = 8$.
La probabilité est de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
On considère les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx$, où $a \in \{1; 2\}$ et $b \in \{-1; -2; -5; 0\}$.
On choisit au hasard une de ces fonctions.
Quelle est la probabilité que sa courbe représentative passe par le point de coordonnées $(3; 3)$?