TS 8 DM 2 29 septembre 2015

**Problème**

Soit $f$ la fonction définie, pour tout réel $x \neq 0$, par :

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3-1}.$$

On désigne $\mathscr{C}$ sa courbe représentative sur dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1. (a) Étudier les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition.
   (b) Quelle interprétation graphique peut-on faire ?
2. Démontrer que pour tout réel $x \neq 0$, on a :
   $$f'(x) = \frac{-2x^3-3x^2-1}{(x^3-1)^2}$$
3. (a) Étudier les variations sur $\mathbb{R}$ de la fonction $P$ : $x \to -2x^3-3x^2-1$.
   (b) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$. On donnera une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-2}$ près.
   (c) En déduire le signe de $P(x)$ selon les valeurs de $x$.
4. En utilisant les questions précédentes, déterminer le tableau de variations complet de la fonction $f$ sur les intervalles où elle est définie.

TS 8 DM 2 29 septembre 2015

**Problème**

Soit $f$ la fonction définie, pour tout réel $x \neq 0$, par :

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3-1}.$$

On désigne $\mathscr{C}$ sa courbe représentative sur dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1. (a) Étudier les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition.
   (b) Quelle interprétation graphique peut-on faire ?
2. Démontrer que pour tout réel $x \neq 0$, on a :
   $$f'(x) = \frac{-2x^3-3x^2-1}{(x^3-1)^2}$$
3. (a) Étudier les variations sur $\mathbb{R}$ de la fonction $P$ : $x \to -2x^3-3x^2-1$.
   (b) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$. On donnera une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-2}$ près.
   (c) En déduire le signe de $P(x)$ selon les valeurs de $x$.
4. En utilisant les questions précédentes, déterminer le tableau de variations complet de la fonction $f$ sur les intervalles où elle est définie.

TS 8 DM 2 29 septembre 2015

**Problème**

Soit $f$ la fonction définie, pour tout réel $x \neq 0$, par :

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3-1}.$$

On désigne $\mathscr{C}$ sa courbe représentative sur dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1. (a) Étudier les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition.
   (b) Quelle interprétation graphique peut-on faire ?
2. Démontrer que pour tout réel $x \neq 0$, on a :
   $$f'(x) = \frac{-2x^3-3x^2-1}{(x^3-1)^2}$$
3. (a) Étudier les variations sur $\mathbb{R}$ de la fonction $P$ : $x \to -2x^3-3x^2-1$.
   (b) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$. On donnera une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-2}$ près.
   (c) En déduire le signe de $P(x)$ selon les valeurs de $x$.
4. En utilisant les questions précédentes, déterminer le tableau de variations complet de la fonction $f$ sur les intervalles où elle est définie.

TS 8 DM 2 29 septembre 2015

**Problème**

Soit $f$ la fonction définie, pour tout réel $x \neq 0$, par :

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3-1}.$$

On désigne $\mathscr{C}$ sa courbe représentative sur dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1. (a) Étudier les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition.
   (b) Quelle interprétation graphique peut-on faire ?
2. Démontrer que pour tout réel $x \neq 0$, on a :
   $$f'(x) = \frac{-2x^3-3x^2-1}{(x^3-1)^2}$$
3. (a) Étudier les variations sur $\mathbb{R}$ de la fonction $P$ : $x \to -2x^3-3x^2-1$.
   (b) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$. On donnera une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-2}$ près.
   (c) En déduire le signe de $P(x)$ selon les valeurs de $x$.
4. En utilisant les questions précédentes, déterminer le tableau de variations complet de la fonction $f$ sur les intervalles où elle est définie.