

Exercice 1 :

Une réponse fausse enlève des points.

Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Cocher celles-ci.

1. Pour tout réel x , l'expression $(e^x)^2 \times e^{3x-1}$ est égale à :

- $-e^{2x(3x-1)}$ $\frac{e^{5x}}{e}$ e^{x^2+3x+1} $\frac{e^{x^2}}{e^{1-3x}}$

2. Pour tout réel a non nul, le nombre réel $e^{-\frac{1}{a}}$ est égal à :

- $-e^{\frac{1}{a}}$ $\frac{1}{e^a}$ $\sqrt{\frac{1}{e^a}}$ e^a

3. Pour tout réel a , le nombre réel $e^{\frac{a}{2}}$ est égal à :

- $\frac{e^a}{e^2}$ $\sqrt{\sqrt{e^a}}$ $\frac{e^a}{2}$ $e^{\sqrt{a}}$

Exercice 2 :

Simplifier au maximum l'expression suivante $f(x) = \frac{e^x + e^{2x}}{1 + e^x} + \frac{e^{-x} - e^x}{1 + e^{-x}}$:

Solution: $f(x) = \frac{e^x + e^{2x}}{1 + e^x} + \frac{1 - e^{2x}}{e^x + 1} = \frac{e^x + 1}{e^x + 1} = 1$

Exercice 3 :

Résoudre $e^{2x} + 5 = 0$

Solution: Pour tout x $e^x > 0$ donc l'équation n'a pas de solution

Exercice 4 :

Résoudre $-3e^{-3x} < -3$

Solution: $-3e^{-3x} < -3 \Leftrightarrow e^{-3x} > e^0 \Leftrightarrow -3x > 0$ (Car la fonction exp est strictement croissante)
Donc $S =]-\infty; 0[$

Exercice 5 :

Déterminer les dérivées de :

1. $f(x) = 2e^{3x-1}$

2. $g(x) = xe^x$

Solution: $f'(x) = 6e^{3x-1}$ et $g'(x) = e^x + xe^x = (x+1)e^x$

Exercice 6 :

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{e^{-2x+5}}{x^2}$

Solution: $\lim_{x \rightarrow +\infty} -2x+5 = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$. Par composition $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-2x+5} = +\infty$

Donc par quotient $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{e^{-2x+5}}{x^2} = 0$

Exercice 7 :

Dresser le tableau de variations de $f(x) = (-3x+1)e^{-x}$ sur \mathbb{R}

Solution:

f est dérivable sur \mathbb{R} comme produit de fonctions dérivables.

On pose $u(x) = -3x+1$ et $v(x) = e^{-x}$, on a $u'(x) = -3$ et $v'(x) = -e^{-x}$

Donc $f'(x) = -3e^{-x} + (-3x+1)e^{-x} = (-3x-2)e^{-x}$.

Pour tout réel x $e^{-x} > 0$ donc f' est du signe de $-3x-2$.

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		$\downarrow 0$	
f	$+\infty$	$\searrow -3e^{-\frac{4}{3}}$	$\nearrow 0$

Car $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$