Exercice 1 :

Donner l'écriture algébrique des nombres complexes suivants :

1. $z_1 = 2\left(e^{i\pi}\right)$
2. $z_2 = 3\left(e^{i\frac{2\pi}{3}}\right)$

Solution:

1. $z_1 = 2\left(\cos(\pi) + i\sin(\pi)\right) = -2$ $i\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $z_2 = 3\left(\cos(\frac{2\pi}{3}) + \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) = -\frac{3}{2} +$

Exercice 2 :

Donner le module, un argument puis la forme exponentielle des nombres complexes suivants :

1. $z_3 = 3i$
2. $z_4 = \sqrt{3} - i$

Solution:

1. $z_3 = 3e^{i\frac{\pi}{2}}$
2. $z_4 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$

Exercice 3 :

Quel est l'ensemble des points M dont l'affixe des points z est telle que :

1. $|z - 5 + 2i| = |z + 2i|$
2. $|z - 5 + i| = 3$

Solution:

1. M est l'ensemble des points de la médiatrice des points d'affixes $2i - 5$ et $-2i$.
2. M est l'ensemble des points du cercle de centre $\Omega(5 - i)$ et de rayon 3

Exercice 4 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (unité graphique : 4 cm). On note A et B les points d'affixes respectives :

$$z_A = 1 \text{ et } z_B = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

On laissera les traits de constructions

1. Placer les points A et B dans le repère.
2. Déterminer l'affixe de C telle que $OACB$ soit un parallélogramme. Placer ce point.
3. Calculer OA et OB.
4. Calculer $\dfrac{z_C}{z_B - z_A}$.
5. En déduire la nature de $OACB$ de deux façons différentes.

Solution:

1. Il faut tracer le cercle de centre O et de rayon 1.
2. $OACB$ est un parallélogramme si et seulement si $z_A = z_C - z_B$ c'est-à-dire $z_C = 1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Pour placer le point, on utilise le compas pour tracer un parallélogramme.
3. $OA = 1$ et $OB = |z_B| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1$.
4. $\dfrac{z_C}{z_B - z_A} = \dfrac{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i} = \dfrac{(3 + \sqrt{3}i)(-1 - \sqrt{3}i)}{1 + 3} = \dfrac{-4\sqrt{3}i}{4} = -\sqrt{3}i.$
5. $OACB$ est un parallélogramme tel que $OA = OB$ donc $OACB$ est un losange. $OACB$ est un parallélogramme telle que les diagonales se coupent de façon orthogonales ($\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{OC}\right) = \arg(-\sqrt{3}i) = -\frac{\pi}{2}$) donc $OACB$ est un losange.